RIEZLER / KOPITZKI

KERNPHYSIKALISCHES PRAKTIKUM

B.G. Teubner Verlagsgesellschaft · Stuttgart

1963

Kernphysikalisches Praktikum

Mit einer Einführung in die meßtechnischen Grundlagen

Von Professor Dr. WOLFGANG RIEZLER
und Dr. KONRAD KOPITZKI
Institut für Strahlen- und Kernphysik
der Universität Bonn

1963 · Mit 134 Bildern und 8 Tabellen



B. G. TEUBNER VERLAGSGESELLSCHAFT · STUTTGART

Printed in Germany
Satz und Druck: Universitätsdruckerei Mainz GmbH

Vorwort

Das vorliegende Buch will Anregungen geben für die Durchführung kernphysikalischer Praktika an den deutschen Universitäten, Technischen Hochschulen sowie an technischen Fachschulen. Es werden hier Versuche beschrieben, die im kernphysikalischen Praktikum am Institut für Strahlen- und Kernphysik der Universität Bonn seit einigen Jahren erprobt worden sind.

Das Buch ist in zwei Teile gegliedert. Im ersten Teil werden die Nachweisgeräte für Kernstrahlungen eingehend behandelt. Außerdem ist hier der für den Kernphysiker unentbehrlichen Elektronik ein breiter Raum eingeräumt. Dabei wird weniger auf technische Dinge eingegangen, sondern es wird versucht, den Studenten anzuleiten, systematisch elektronische Schaltungen zu analysieren und ihr Verhalten gegenüber eingehenden Impulsen zu untersuchen. Verschiedene Übungsaufgaben sollen zu einem tieferen Verständnis beitragen. Wir haben uns auf Schaltungen mit Elektronenröhren beschränkt; aber die hier verwendeten Methoden lassen sich ohne weiteres auf Transistorschaltungen übertragen, die heute in immer stärkerem Maße an Bedeutung gewinnen.

Im zweiten Teil des Buches werden Versuche aus verschiedenen Gebieten der Kernphysik behandelt. Der apparative Aufwand für die einzelnen Versuche wurde stets möglichst klein gehalten. Alle benötigten Geräte sind entweder im Handel erhältlich oder lassen sich relativ einfach in einer Institutswerkstatt anfertigen. Die Stärke der für die Versuche verwendeten radioaktiven Präparate liegt größtenteils unterhalb der behördlich festgelegten Freigrenze.

Leider kann mein verehrter Lehrer und Mitverfasser dieses Werkes, Herr Prof. Dr. Wolfgang Riezler, das Erscheinen dieses Buches nicht mehr miterleben. Er starb kurz vor Abschluß der letzten Korrekturarbeiten an den Folgen einer Operation. Als Gründer und langjähriger Leiter des Instituts für Strahlen- und Kernphysik der Universität Bonn hat er mit unermüdlichem Interesse am Aufbau des kernphysikalischen Praktikums und an der Entstehung dieses Buches mitgearbeitet.

Besonders möchte ich Herrn Prof. Dr. Wilhelm Walcher dafür danken, daß er sich freundlicherweise zum Lesen des Manuskripts und der Korrekturen bereit erklärt hatte. Seine Vorschläge und Hinweise waren für uns eine wertvolle Hilfe. Bei den Korrekturen wurde ich in ausgezeichneter Weise von Frau Lilly Riezler, der Gattin des verstorbenen Mitverfassers, unterstützt. Ihr gilt mein herzlicher Dank.

Dem B. G. Teubner Verlag danke ich, daß er stets bereitwillig auf unsere Wünsche einging.

Bonn, im Januar 1963

K. Kopitzki

Inhalt

Verzeichnis der Versuche

Verzeichnis häufig verwendeter Symbole

Symbol	Bedeutung
A	Aktivität (Zerfallszahl/Zeit)
B	Magnetische Kraftflußdichte
c	Lichtgeschwindigkeit
E	Energie
e	Elementarleitung
G	Masse, Menge
h	Plancksches Wirkungsquantum
I	Stromimpuls
$\mathfrak{I}$	Wechselstrom
k	Boltzmann-Konstante
L	Loschmidt-Konstante
m_0	Ruhemasse eines Elektrons
N	Teilchenzahl
N_m	Teilchenzahl/Masse
N_v	Teilchenzahldichte
n	Ereigniszahl
$\dot{n}$	Zählrate
$\dot{n}_s$	Sättigungswert der Zählrate
$\dot{n}_z$	Rate der Zufallskoinzidenzen
$\dot{n}_{\beta\gamma}$	Beta-Gamma-Koinzidenzrate
p_β, p_γ	Wahrscheinlichkeit, daß ein vom Präparat ausgesandtes Betateilchen bzw. Gammaquant vom Nachweisgerät registriert wird
R	Ohmscher Widerstand
R_i	Innerer Widerstand einer Elektronenröhre
$\dot{R}$	Aktivierungsrate
S	Steilheit einer Elektronenröhre
T	Absolute Temperatur
$T1/2$	Halbwertszeit
t	Zeit
U	Spannungsimpuls
$\mathfrak{U}$	Wechselspannung
$\mathfrak{V}$	Spannungsverstärkung
$\mathfrak{v}$	Teilchengeschwindigkeit
$\mathfrak{Y}$	Scheinleitwert
$\mathfrak{Z}$	Scheinwiderstand
λ	Zerfallskonstante (Zerfallswahrscheinlichkeit in der Zeiteinheit)
μ	Verstärkungsfaktor einer Elektronenröhre
ν	Frequenz einer Gammastrahlung
Σ	Makroskopischer Wirkungsquerschnitt
σ	Wirkungsquerschnitt
τ	Totzeit eines Zählrohrs
τ_K	Auflösungszeit eines Koinzidenzmeßgerätes
Φ	Neutronenfluß

1 Kernphysikalische Versuchstechnik

1.1 Radioaktive Präparate

1.11 Beschaffung und Herstellung von radioaktiven Präparaten

Für einen großen Teil der im folgenden beschriebenen Versuche benötigt man radioaktive Präparate. Ist deren Halbwertszeit genügend lang, so können sie von entsprechenden Firmen oder Forschungszentren bezogen werden. Tab. 1 bringt einige Angaben über käufliche Präparate, die für verschiedene in diesem Buch behandelte Versuche benötigt werden. Man beachte bei der Bestellung, daß die Kosten für das Präparat selbst (i. allg. 0,10 bis 100,— DM je Millicurie) oft neben den Behandlungskosten und den Versandkosten kaum ins Gewicht fallen.

Kurzlebige radioaktive Isotope wird man selbst herstellen müssen, soweit nicht in der Nähe ein Kernreaktor oder ein geeigneter Teilchenbeschleuniger, insbesondere ein Zyklotron, verfügbar sind. Dies geschieht am einfachsten durch

Tab. 1 Einige käufliche radioaktive Präparate

Isotop	Halbwertszeit	Umwandlung	Energie der Korpuskularstrahlen MeV	Energie der γ-Strahlung MeV	Gesetzliche Freigrenze μc
H^3	12,3 a	β^-	0,018	—	100
Na^{22}	2,6 a	β^+	0,54	1,28	10
P^{32}	14,3 d	β^-	1,71	—	10
S^{35}	87 d	β^-	0,167	—	10
Co^{60}	5,2 a	β^-	0,30	1,17; 1,33	10
Zn^{65}	245 d	E, β^+	0,325	1,11	10
Rb^{86}	18,7 d	β^-	1,77	1,08	10
Sr^{90+}	28 a	β^-	0,54	—	10
Y^{90}	65 h	β^-	2,26	—	0,1
Cs^{137}	27 a	β^-	0,52	0,663	10
Ba^{140}	12,8 d	β^-	1,022	0,13—0,537	1
La^{140}	40,2 h	β^-	2,15	0,33—2,54	10
Hf^{181}	45 d	β^-	0,40	0,004—0,61	10
Pb^{210} ≡ RaD	19,4 a	β^-	0,065	—	1
Po^{210}	138 d	α	5,23	—	0,1
Ra^{226}	1620 a	α	4,86	0,188	0,1[1][2]
Ra^{228} ≡ MsTh 1	6,7 a	β^-	0,012	—	0,1[2][3]
Th^{228} ≡ RdTh	1,9 a	α	5,52	—	0,1[2][3]

[1] Für eine (Ra + Be)-Neutronenquelle.
[2] Für die meisten Versuche ((Ra + Be)-Quelle, emanierendes Präparat) ist wesentlich mehr als die Freigrenze erforderlich.
[3] Insbesondere als emanierendes Präparat zur Abscheidung von ThA (Po^{216}) geeignet.

eine Aktivierung mit thermischen Neutronen. Hierzu kann eine Radium-Beryllium-Neutronenquelle benutzt werden. Sowohl Radium selbst wie verschiedene seiner Tochtersubstanzen senden energiereiche Alphateilchen aus, die am Beryllium die Kernreaktion Be^9 (α, n) C^{12} auslösen. Das Energiespektrum der Neutronen, die aus einer (Ra + Be)-Quelle stammen, zeigt Fig. 1.

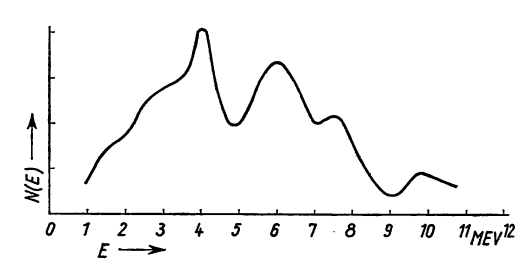


Fig. 1
Energiespektrum der Neutronen aus einer (Ra + Be)-Quelle

Die Ergiebigkeit einer solchen Quelle beträgt etwa $1{,}5 \cdot 10^7$ Neutronen/s je g Radium[1]). Die Abbremsung der schnellen Neutronen auf thermische Geschwindigkeiten wird zweckmäßig in einem Paraffinblock vorgenommen, in dem die (Ra + Be)-Quelle eingebettet ist (Fig. 2).

Die Quelle Q befindet sich am unteren Ende eines Plexiglasstabes St, der in eine Bohrung eines Paraffinklotzes eingeführt wird. Die Bohrungen H_1 und H_2 dienen zur Aufnahme der zu aktivierenden Substanzen.

Um eine Flußdichte an thermischen Neutronen von 1000 Neutronen/cm² · s zu erhalten, was für verschiedene Zwecke bereits ausreicht, muß die Quelle etwa 200000 Neutronen je Sekunde liefern. Das entspricht einem (Ra + Be)-Präparat mit ungefähr 15 mg Ra. Bezüglich der notwendigen Aktivierungszeiten vergleiche man die Ausführungen auf Seite 80 in Verbindung mit Tab. 2. Nachteilig bei einer (Ra + Be)-Quelle ist die sehr starke begleitende Gamma-Strahlung. Sie rührt davon her, daß sich unter den Tochtersubstanzen des Radiums Betastrahler befinden, die auf hoch angeregte Atomkerne führen. Die Dosisleistung auf Grund der Gammastrahlung ist hier rund 100 mal größer als die durch schnelle Neutronen. Beim Arbeiten mit einer (Ra + Be)-Quelle ist daher stets auf eine genügend gute Abschirmung der Gammastrahlen zu achten.

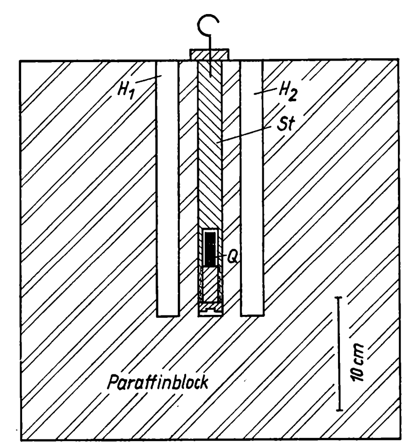


Fig. 2
Vorrichtung zur Aktivierung mit thermischen Neutronen, die aus einer (Ra + Be)-Quelle stammen

Frei von Gammastrahlung ist eine Polonium-Beryllium-Neutronenquelle. Das hier benutzte Poloniumisotop Po^{210}, das als vorletztes Glied der Uran-Radium-

[1]) Das Radium soll dabei im Gleichgewicht mit seinen Folgeprodukten stehen. Dieses ist jedoch wegen der relativ langen Halbwertszeit von RaD praktisch nur für die ersten vier Alphastrahler möglich. Durch das Anwachsen des Poloniums nimmt die Ergiebigkeit einer solchen Quelle mit der Zeit um einige Prozent zu.

Reihe auch unter der Bezeichnung RaF bekannt ist, hat allerdings nur eine Halbwertszeit von 138 d. Die Neutronenergiebigkeit einer 1 c-(Po + Be)-Quelle ist etwa 1/7 der einer (Ra + Be)-Quelle, die 1 g Radium enthält.

Eine sehr ergiebige Neutronenquelle unter Verwendung künstlich beschleunigter Teilchen verhältnismäßig niedriger Energie liefert die Kernreaktion H^3 (d, n) He^4. Das Tritium ist in diesem Fall gewöhnlich in einer Titan- oder Zirkonschicht absorbiert, die auf einer Kupferunterlage aufgedampft oder aufgeschmolzen ist. Derartige Schichten können bis zu etwa einem Tritiumatom je Titan- beziehungsweise Zirkonatom aufnehmen. Die bei der Reaktion erzeugten schnellen Neutronen haben eine Energie von etwa 14 MeV. Fig. 3 gibt die Neutronenausbeute bei einer (d, n)-Reaktion an Tritium in Abhängigkeit von der Deuteronenenergie wieder. Fig. 4 zeigt einen Neutronengenerator, wie er für Praktikumszwecke geeignet ist. Die Deuteronen werden in einer Ionenquelle vom Penningschen Typ gebildet. Das magnetische Hilfsfeld im zylindrischen Entladungsraum E wird hier von einem Permanentmagneten M aus Alnico erzeugt. Die Endflächen der zylindrischen Kammer bilden die Kathode, während die Anode in Form eines Hohlzylinders vorliegt. Die Anode wird von einem Kupferstab St getragen, der gleichzeitig als Stromzuführung dient. Die Ionen verlassen

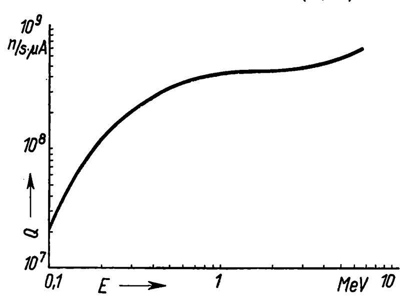


Fig. 3
Neutronenausbeute Q bei einer (d, n)-Reaktion an einem Tritiumauffänger in Abhängigkeit von der Deuteronenenergie E. Der Ordinatenwert ist gleich der Zahl der Neutronen, die je Sekunde bei einem Deuteronenstrom von 1 μA erzeugt werden

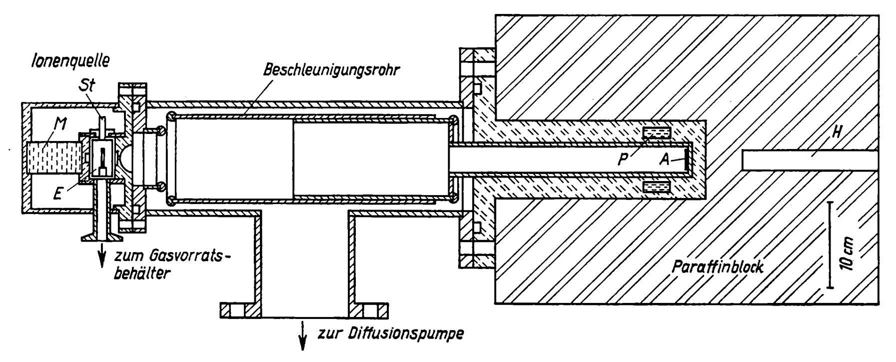


Fig. 4
Neutronengenerator. E Entladungsraum der Ionenquelle, M Permanentmagnet, St Stromzuführung zur Anode der Ionenquelle, A tritiumhaltiger Auffänger, P Permanentmagnet zur Ablenkung von Sekundärelektronen, H Bohrung zur Aufnahme der zu aktivierenden Substanzen

den Entladungsraum durch eine axiale Bohrung von 2 mm Durchmesser im Boden der Kammer. Zylindrische Vertiefungen in den Kathodenflächen sowie ein mit der Anode verbundener Ring im Innern der Kammer bewirken eine

erste Fokussierung der Gasionen. Die Gaszufuhr erfolgt aus einem Vorratsbehälter über ein Nadelventil. Die Ionenquelle arbeitet bei einem Druck von 10^{-3} bis 10^{-2} Torr. Ihre Betriebsspannung beträgt maximal 1000 V. Im Beschleunigungsraum ist der Druck etwa 10^{-5} Torr. Die Ionen werden hier mit einer Spannung von rund 90 kV auf den tritiumhaltigen Auffänger *A* hin beschleunigt. Der Permanentmagnet *P* lenkt die beim Auftreffen der Ionen auf den Auffänger entstehenden Sekundärelektronen zur Wand hin ab. Die im Auffänger erzeugten schnellen Neutronen werden in einem Paraffinblock auf thermische Geschwindigkeiten abgebremst. Er enthält eine Bohrung zur Aufnahme der zu aktivierenden Substanzen.

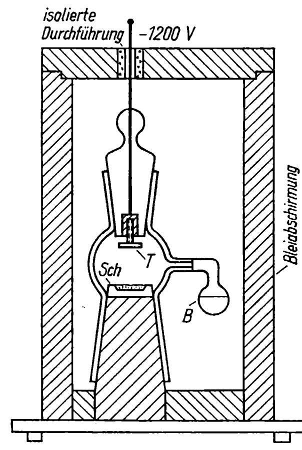


Fig. 5
Vorrichtung zur Abscheidung eines ThA-Präparates

Zur Herstellung eines intensiven Alphapräparats ist ein emanierendes Radiothoriumpräparat (Th^{228}) gut geeignet. Radiothorium ist ein Tochterelement der radioaktiven Thorium-Reihe mit einer Halbwertszeit von 1,91 a. Unter seinen Zerfallsprodukten befindet sich Thoriumemanation, die eine Halbwertszeit von 52 s hat. In einem abgeschlossenen Behälter hat über dem Radiothorium die Luft einen starken Gehalt an Thoriumemanation.

Tab. 2 Einige selbstherzustellende radioaktive Präparate

Isotop	Halbwertszeit	Umwandlung	Energie der Korpuskularstrahlung MeV	Energie der Gammastrahlung MeV	Herstellungsart	Sättigungsaktivität[1]) bei einer Flußdichte von 1000 thermischen Neutronen je cm² · s nc/g
Na^{24}	15 h	β^-	1,40	1,37; 2,76 u. a.	n, γ	0,35
Mn^{56}	2,6 h	β^-	2,81	0,822 u. a.	n, γ	3,8
As^{76}	26,5 h	β^-	2,96	0,56 u. a.	n, γ	1,1
Rh^{104}	44 s	β^-	2,44	0,56	n, γ	22
Ag^{108}	2,3 min	β^-, E	1,77	0,43 u. a.	n, γ	6,7
Ag^{110}	24 s	β^-	2,87	—	n, γ	17
In^{116} is	54 min	β^-	1,0	0,14—2,1	n, γ	22
J^{128}	25 min	β^-, E	2,12	0,45—0,98	n, γ	7,6
Dy^{165}	2,4 h	β^-	1,25	0,094—1,02	n, γ	60
Au^{198}	2,7 d	β^-	0,96	0,41 u. a.	n, γ	8,1
Pb^{212}	10,6 h	β^-	0,59	0,237 u. a.	aus Th^{228}	—

[1]) Eine etwaige Absenkung des Flusses durch die Absorption des eingebrachten Präparats ist nicht berücksichtigt. Diese spielt vor allem bei sehr stark neutronenabsorbierenden Substanzen eine Rolle.

Beim Zerfall der Emanation erleiden ihre Atomkerne einen Rückstoß und werden ionisiert. Mit Hilfe einer angelegten elektrischen Spannung ist es dann möglich, ThA (Po^{216}), das radioaktive Folgeprodukt der Emanation, trägerfrei auf einer Elektrode aufzufangen (Fig. 5).

Das emanierende Radiothor-Präparat befindet sich in einem Metallschälchen *Sch*, das mit einem Drahtnetz abgedeckt ist. Der Präparatträger *T* kann in einen Kernschliff aus Glas eingeschraubt werden. Der Behälter *B* nimmt 20%ige Schwefelsäure auf, wodurch im Exponiergefäß eine Luftfeuchtigkeit von 80 bis 90% aufrechterhalten wird.

Unter den Tochtersubstanzen von ThA befinden sich neben Betastrahlern zwei Isotope, die energiereiche Alphastrahlen aussenden, nämlich ThC, dessen Alphastrahlung eine Energie von 6,05 MeV hat, und ThC′, bei dem diese Energie 8,78 MeV beträgt. Entfernt man die Elektrode aus dem Behälter, so ist der Abfall der Alphaaktivität des auf der Elektrode niedergeschlagenen Präparats durch die Halbwertszeit von ThB (Pb^{212}) bestimmt, welche 10,6 h beträgt. Um der Sättigungsaktivität des Präparats nahezukommen, empfiehlt es sich, die Elektrode etwa 40 h lang in der Emanationsatmosphäre zu lassen (s. S. 80); nach einer Expositionsdauer von einer Nacht erhält man etwa die halbe Sättigungsaktivität.

In Tab. 2 sind einige Präparate angegeben, die man sich auch ohne Kernreaktor oder größeren Teilchenbeschleuniger selbst herstellen kann.

1.12 Umgang mit radioaktiven Substanzen

Radioaktive Stoffe können bei unrichtiger Anwendung beim Menschen schwere gesundheitliche Schädigungen hervorrufen. Außerdem kann bei unsauberem Arbeiten leicht „Verseuchung“ von Arbeitsplätzen und Geräten eintreten, die sich auf weitere Messungen störend auswirken, ja diese sogar unmöglich machen kann. Es seien daher gleich zu Anfang einige allgemeine Bemerkungen über den Umgang mit radioaktiven Stoffen gemacht.

Einheiten. Die Stärke eines radioaktiven Präparats wird in Curie (c)[1] oder Untereinheiten davon gemessen. Gebräuchlich sind insbesondere:

Millicurie:	$1\ \text{mc} = 10^{-3}\ \text{c}$	Nanocurie:	$1\ \text{nc} = 10^{-9}\ \text{c}$
Mikrocurie	$1\ \mu\text{c} = 10^{-6}\ \text{c}$	Picocurie:	$1\ \text{pc} = 10^{-12}\ \text{c}$

Ursprünglich war als 1 c die Aktivität von 1 g Radium definiert. Heute definiert man: 1 c ist diejenige Menge einer radioaktiven Substanz, von der in einer Sekunde $3{,}7 \cdot 10^{10}$ Atome eine Umwandlung erleiden.

Um die Strahlungsdosis zu bestimmen, der ein bestimmtes Objekt ausgesetzt ist, scheint es auf den ersten Blick naheliegend, die über die Zeit integrierte Energiestromdichte anzugeben. Eine solche Angabe entspricht jedoch im allgemeinen nicht den praktischen Bedürfnissen, denn in der Praxis ist man in erster Linie an der Wirkung der Strahlen interessiert, die nicht nur von der Energiestromdichte, sondern auch von der Qualität der Strahlung und der Art der durchstrahlten Substanz abhängt. Am leichtesten ist die ionisierende Wirkung zu

[1]) Nach einem Vorschlag der IUPAP-SUN-Kommission (International Union for Pure and Applied Physics; Symbols, Units, Nomenclature) soll Curie in Zukunft mit Ci abgekürzt werden.

messen, daran knüpft die Dosiseinheit Röntgen an. 1 Röntgen (r) ist definiert als diejenige Strahlungsdosis, die in 1 cm^3 trockener Luft im Normalzustand (also in 1,29 mg Luft) eine elektrostatische Ladungseinheit an Ionen jeden Vorzeichens erzeugt, oder in 1 g Luft $2{,}58 \cdot 10^{-7}$ C. Dadurch ist für eine vorgegebene Strahlungsqualität auch ein bestimmter Wert für das Integral über die Energiestromdichte festgelegt. Das Röntgen ist nur für Luft als Meßsubstanz definiert. Daher wird neuerdings auch die Einheit rad für die Angabe einer Dosis benutzt. 1 rad ist diejenige Strahlungsdosis, bei der in 1 g einer durchstrahlten Substanz 100 erg absorbiert werden. Auch bei gleicher Strahlungsqualität entspricht 1 rad demnach für verschieden absorbierende Substanzen verschiedenen Energiestromdichten der Strahlung. In Luft ist 1 r = 0,837 rad.

Für manche biologische Effekte ist eine sehr stark ionisierende Strahlung, wie Alphastrahlung und Rückstoßprotonen von schnellen Neutronen, wirksamer als Beta- oder Gammastrahlung. Man definiert eine relative biologische Wirksamkeit (RBW) als die biologische Wirkung der betreffenden Strahlung dividiert durch die biologische Wirkung einer Gammastrahlung, welche die gleiche Ionenmenge in Luft erzeugt. Als biologische Äquivalenzdosis bezeichnet man das Produkt aus der Dosis in rad und der RBW. Man mißt sie in rem (röntgen equivalent man).

Die Dosis je Zeiteinheit wird als Dosisleistung bezeichnet.

Durch gesetzliche Vorschriften sind Höchstdosen festgelegt, die nicht überschritten werden dürfen. Diese Toleranzdosen sind für einen mit radioaktiven Stoffen Beschäftigten pro Jahr 5 rem, jedoch sind in besonderen Fällen bis zu 12 rem zulässig, wenn dabei bis zum N-ten Lebensjahr der betreffenden Person eine Gesamtdosis von $5\,(N - 18)$ rem nicht überschritten wird.

Wer mit radioaktiven Stoffen umgeht, deren Stärke oberhalb einer Freigrenze liegt, bedarf dazu einer amtlichen Genehmigung. Personen, die mit solchen Präparaten in Berührung kommen, müssen durch Strahlenschutzplaketten (Filme) und durch Individualdosimeter auf die empfangene Strahlendosis überwacht werden.

Tab. 3 Dosiskonstanten von Gammastrahlern

Isotop	I_γ r · m²/h · c	Isotop	I_γ r · m²/h · c
Na^{24}	1,96	J^{131}	0,23
K^{42}	0,16	$Cs^{137} + Ba^{137}$	0,34
Fe^{59}	0,66	Ir^{192}	0,35
Co^{60}	1,35	Au^{198}	0,24
Cu^{64}	0,12	Ra^{226} + Folgeprodukte	0,80[1])

Die Freigrenze liegt für die meisten radioaktiven Stoffe bei 10 μc. Für bestimmte Stoffe, besonders für langlebige, die bei Inkorporierung fest in den Körper eingebaut werden können, zum Beispiel Erdalkalien, und für die meisten Alphastrahler liegt die Freigrenze niedriger. Hier sind besonders zu erwähnen Strontium 90, Polonium, Radium und Plutonium mit je 0,1 μc Freigrenze. Für einige

[1]) Hinter 0,5 mm Platin.

wenige Stoffe mit sehr energiearmer Strahlung liegt die Freigrenze höher, nämlich bei 100 μc insbesondere für überschweren Wasserstoff H^3.

Ein gammastrahlendes Präparat der Stärke A bewirkt in einer Entfernung r eine Dosisleistung

$$\dot{D} = \frac{A}{r^2} \cdot I_\gamma .$$

I_γ ist dabei ein für jeden Strahler charakteristischer Faktor, die Dosiskonstante, der in der Größenordnung $1\,\mathrm{r} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{h} \cdot \mathrm{c}$ liegt. In Tab. 3 sind einige Werte angegeben.

Beim Arbeiten mit offenen radioaktiven Präparaten bedecke man den Arbeitsplatz mit einer leicht entfernbaren Schutzschicht, zum Beispiel mit Papier. Ferner führe man nach Beendigung der Arbeiten sogenannte „Wischtests" durch. Das heißt man reibe ein kleines Stückchen Filtrierpapier an verschiedenen Stellen des Arbeitsplatzes und untersuche es dann mit Hilfe eines Zählgeräts auf seine Aktivität.

1.2 Nachweisgeräte für Kernstrahlungen

Bei fast allen kernphysikalischen Vorgängen werden primär oder sekundär schnelle Teilchen ausgesandt. Der Experimentator muß also Geräte handhaben, mit deren Hilfe er solche Teilchen nachweisen und bestimmte Eigenschaften von ihnen quantitativ vermessen kann.

Schnelle elektrisch geladene Teilchen bewirken beim Durchgang durch Materie Ionisation und Anregung von Atomen und Molekülen, bei den letzteren auch Dissoziation. Die meisten Nachweismethoden beruhen nun darauf, daß diese Ionen oder Molekülreste auf irgendeine Weise zur Beobachtung oder Messung gelangen.

Häufig geschieht die Ionisierung in einem Gasraum. Hier können die Ionen durch ein elektrisches Feld gesammelt werden. Man spricht dann von einer Ionisationskammer. Ist die elektrische Feldstärke so groß, daß die primär gebildeten Ionen durch Stoß sekundäre Ionen erzeugen, so bezeichnet man die Anordnung als Zählrohr. In der Nebelkammer werden die Tröpfchen beobachtet, die sich in einem mit Dampf übersättigten Raum an die einzelnen Ionen oder Molekülbruchstücke anlagern. Analog können in einer Blasenkammer die Dampfblasen beobachtet werden, die sich in einer überhitzten Flüssigkeit längs der Bahn des ionisierenden Teilchens bilden.

Auch in fester Materie lassen sich Teilchen beobachten. Halbleiterdetektoren wirken in einer p-n-Verbindung analog einer Ionisationskammer. In bestimmten Szintillatoren erzeugt ein ionisierendes Teilchen eine Lichtspur, deren Licht mit Hilfe eines Sekundärelektronenvervielfachers quantitativ gemessen werden kann. In photographischen Emulsionen werden durch ionisierende Strahlung entwicklungsfähige Körner hervorgerufen.

Elektrisch neutrale Teilchen können nur nachgewiesen werden, wenn sie durch irgendeinen Prozeß ein elektrisch geladenes Teilchen in schnelle Bewegung versetzen, das nach den eben erwähnten Methoden nachgewiesen werden kann. Ins-

besondere erzeugen Gammastrahlen durch Photoeffekt, Compton-Effekt und Paarbildung schnelle Elektronen; Neutronen setzen durch Stoß geladene Atomkerne, insbesondere Protonen, in Bewegung, oder sie rufen durch Kernreaktionen nachweisbare Effekte hervor.

Im ersten Teil dieses Buches sollen zunächst die eigentlichen Nachweisgeräte behandelt werden und dann die elektrischen Schaltungen, die diese Nachweisgeräte mit Registriergeräten verbinden.

1.21 Ionisationskammer

Eine Ionisationskammer ist im wesentlichen ein Kondensator mit einem Gas als Dielektrikum. Durch ionisierende Strahlung werden im Innern der Kammer elektrische Ladungsträger gebildet, welche durch ein elektrisches Feld auf die Elektroden hin bewegt werden. Man wählt die Spannung zwischen den Elektroden nach Möglichkeit so hoch, daß alle in der Kammer gebildeten Ionen-Elektronen-Paare die Elektroden erreichen und nicht teilweise vorher rekombinieren. Fig. 6 zeigt die Strom-Spannungs-Charakteristik einer Ionisationskammer. Bei konstant gehaltener Einstrahlung nimmt der Ionisationsstrom mit wachsender Spannung zunächst zu und erreicht schließlich, wenn alle in der Kammer erzeugten Ladungsträger an den Elektroden gesammelt werden, einen Sättigungswert. Die „Sättigungsspannung" liegt bei den verschiedenen Ionisationskammern im allgemeinen zwischen einigen hundert und einigen tausend Volt, je nach Größe und Gasfüllung der Kammer. Sie ist auch von der durch die jeweilige Strahlung erzeugten Ionendichte abhängig.

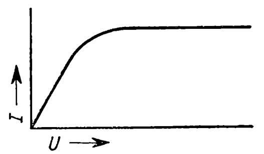


Fig. 6
Charakteristik einer Ionisationskammer. Ionisationsstrom I in Abhängigkeit von der an der Kammer angelegten Spannung U

Die Zahl der Ionenpaare, die in einer Ionisationskammer längs einer Teilchenbahn je Längeneinheit erzeugt werden, hängt in starkem Maße von der Ladung und Geschwindigkeit der Teilchen, ferner von der Gasart und vom Gasdruck ab. In Luft im Normalzustand erzeugt ein Proton mit einer Energie von 1 MeV etwa 8500 Ionenpaare je Zentimeter Weg, mit einer Energie von 10 MeV etwa 1500. Die Ionisierungsdichte nimmt mit zunehmender Energie zunächst ab. Sie erreicht ein Minimum, wenn die kinetische Energie in die Größenordnung des Energieäquivalents der Ruhmasse kommt, und steigt dann langsam wieder an. Im Minimum der Ionisation werden etwa 50 Ionenpaare je Zentimeter Normalluft erzeugt. Der durchschnittliche Energieverlust eines ionisierenden Teilchens je gebildetes Ionenpaar beträgt in Luft etwa 35 eV, in Argon rund 26 eV.

Im elektrischen Feld nehmen die Ionen, da sie dauernd Zusammenstöße mit den Gasmolekülen erleiden, eine konstante Geschwindigkeit an. Sie liegt für die meisten Gase in der Größenordnung $1 \frac{\text{cm/s}}{\text{V/cm}} / \text{atm}$. Dies führt bei einer Parallelplattenkammer mit einem Plattenabstand von 1 cm, einer Spannung von 1000 V und einem Druck von einer Atmosphäre auf eine Sammelzeit von 1 ms, was für sehr viele Zwecke viel zu langsam ist. In Gasen, die praktisch keine negativen Ionen bilden, also insbesondere in Edelgasen, erreichen die negativen Ladungsträger, die hier weitgehend aus freien Elektronen bestehen, etwa 1000mal

höhere Geschwindigkeiten. Voraussetzung dafür ist aber ein sehr hoher Reinheitsgrad des verwendeten Gases. Schon kleinste Verunreinigungen, die leicht negative Ionen bilden können, fangen sämtliche Elektronen ab und bewirken, daß auch die negativen Ladungen nur noch durch Ionen, also langsam transportiert werden. Ein einzelnes ionisierendes Teilchen liefert in einer schnellen Ionisationskammer einen Impuls, wie er in Fig. 7 dargestellt ist. Der erste Anstieg wird im wesentlichen durch die Bewegung der Elektronen in der Kammer bewirkt, die auf der Sammelelektrode eine Ladung influenzieren, sobald sich die gebildeten Trägerpaare im elektrischen Feld trennen. Bei t_s sind alle negativen Ladungen auf der Sammelelektrode angelangt. Das im Vergleich zu dem ersten Anstieg sehr langsame Weitersteigen des Potentials rührt vom Abwandern der positiven Ionen her. Indem man durch geeignete Wahl der Zeitkonstante (s. S. 48) der nachfolgenden elektronischen Verstärkeranordnung dafür sorgt, daß nur der Elektronenanteil des Impulses wiedergegeben wird, erhält man Impulslängen von der Größenordnung einer Mikrosekunde. Auch das ist für viele Anwendungen, vor allem für manche Koinzidenzversuche, noch zu langsam.

Hier kann man von folgender Tatsache Gebrauch machen.

Die Steilheit des ersten Anstiegs ist der Zahl der erzeugten Ionen angenähert proportional, hängt allerdings etwas vom Ort der Teilchenspur in der Kammer ab. Durch Differenzieren des Anstiegs kann man daher in geeigneten Fällen Aufschluß über die Energie der Teilchen erhalten. Der Einsatz des ersten Anstiegs gibt den Zeitpunkt des ionisierenden Ereignisses auf einige Zehntel Nanosekunden genau an.

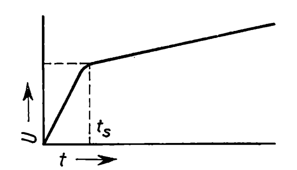


Fig. 7
Impulsanstieg in einer Ionisationskammer bei einem Ladungstransport durch Elektronen und positive Ionen

Versuch 1 Messung der Stärke eines Poloniumpräparates mit Hilfe einer integrierenden Ionisationskammer

Das Poloniumisotop Po^{210} sendet Alphateilchen einer Energie von 5,23 MeV aus. Da in Luft je gebildetes Ionenpaar im Mittel etwa 35 eV aufgewendet werden, kann man die Stärke eines Poloniumpräparates, welches sich trägerfrei auf einer Unterlage befindet, aus dem Ionenstrom bestimmen, den die ausgesandten Alphateilchen in einer Ionisationskammer erzeugen. Man hat hierbei allerdings zu beachten, daß von den Alphateilchen des Präparats nur die Hälfte in die Kammer gelangt, die andere Hälfte geht in die Unterlage. Die Strommessung kann mit Hilfe eines Elektrometers durchgeführt werden, wobei zweckmäßig eine Kompensationsmethode angewandt wird. Fig. 8 zeigt eine geeignete Versuchsanordnung. Die Ionisationskammer muß eine lichte Höhe von minde-

Fig. 8
Ionisationskammer für eine integrierende Strommessung. *P* Präparat, *E* Sammelelektrode, *Sch* geerdete Abschirmung, *K* Influenzierungs-Kondensator, *B* Erdungsbügel (Drahtauslöser)

stens 4 cm haben. Ihr Durchmesser ist etwa 10 cm. Die Betriebsspannung U_B beträgt einige hundert Volt. Die geerdete Abschirmung *Sch* verhindert, daß Kriechströme, die über den Isolator *D* fließen, zur Sammelelektrode *E* gelangen. Dem Influenzierungskondensator *K* kann über ein Potentiometer eine meßbare Gleichspannung U_K von einigen Volt zugeführt werden. Seine Kapazität richtet sich nach der Empfindlichkeit des Elektrometers und der Präparatstärke.

Das Präparat wird in die Kammer gebracht und die Betriebsspannung angelegt. Die mit dem Elektrometer verbundene Sammelelektrode ist zunächst über den Erdungsbügel *B* geerdet. Im Zeitnullpunkt wird die Erdung gelöst und das System beginnt sich aufzuladen. Die Ladung wird durch eine entgegengesetzte über den Influenzierungskondensator *K* zugeführte Ladung kompensiert, indem man die Spannung U_K langsam erhöht. Es ist die Zeit t zu messen, nach der bei einer bestimmten über den Kondensator *K* influenzierten Ladung Q das Elektrometer gerade wieder auf Null steht. $\frac{Q}{t}$ ist dann der durch die Alphastrahlung des Poloniums erzeugte Ionenstrom. Man überzeuge sich durch Veränderung der Kammerspannung, ob man auch tatsächlich die Sättigungsstromstärke erreicht hat. Andernfalls mißt man zu kleine Präparatstärken.

Versuch 2 Prüfung der Homogenität der von einem Poloniumpräparat ausgesandten Alphastrahlung

Die Alphateilchen eines Poloniumpräparats werden parallel zur Sammelelektrode durch ein dünnes Fenster in eine Ionisationskammer eingeschossen (Fig. 9). Das Fenster der Kammer hat einige Millimeter Durchmesser und ist mit einer dünnen Glimmerfolie verschlossen (Dicke des Glimmers etwa 2 mg/cm²). Der Raum zwischen Präparat und Fenster wird zweckmäßigerweise evakuiert. Die verstärkten Einzelimpulse werden auf einem Oszillographen beobachtet. Wenn das Präparat rein ist, haben alle Impulse die gleiche Höhe. Aus dem Abstand vom Präparat zum Fenster (einige Zentimeter) und dem Durchmesser des Fensters ist der Bruchteil der in die Kammer gelangenden Alphateilchen zu berechnen. Daraus und aus der Anzahl der Impulse je Zeiteinheit kann wieder die absolute Stärke des Präparats bestimmt werden.

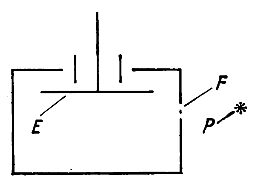


Fig. 9
Ionisationskammer. *E* Sammelelektrode, *F* Glimmerfenster, *P* Präparat

Die Kammer ist einmal mit Luft und einmal mit sehr reinem Edelgas zu füllen. Durch geeignete Einstellung der Zeitablenkung des Kathodenstrahloszillographen bestimme man die jeweilige Sammelzeit der Kammer. Man untersuche die Abhängigkeit der Sammelzeit von der Kammerspannung.

1.22 Zählrohr

Ein Zählrohr besteht im Prinzip aus einem zylindrischen Rohr, in dem sich konzentrisch ein dünner Draht befindet (Fig. 10). Die Anordnung wird mit einem Zählgas gefüllt. Als Zählgas für abgeschlossene Zählrohre ist unter anderem ein Gemisch aus Argon und Alkoholdampf geeignet (etwa 100 Torr Argon und 10 Torr Alkohol), für offene Durchflußzähler Methan. Es sind jedoch

eine ganze Reihe anderer Gasgemische beschrieben, die als Zählgase verwendet werden können. Zwischen den Zylindermantel als Kathode und den Draht im Innern als Anode wird eine elektrische Spannung gelegt, deren Höhe in entscheidendem Maße das elektrische Verhalten des Zählrohrs gegenüber einer ionisierenden Strahlung bestimmt.

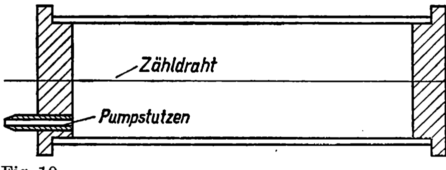


Fig. 10
Aufbau eines Zählrohrs

Die Ladungsmenge Q, die an die Elektroden gelangt, wenn ein einzelnes ionisierendes Teilchen in das Zählrohr eindringt, ist in Fig. 11 schematisch in Abhängigkeit von der Zählrohrspannung aufgetragen. Hierbei entspricht Kurve 1 einem Teilchen, welches primär zehnmal soviel Ladungsträger im Zählrohr erzeugt wie das Teilchen, für welches Kurve 2 gilt. Man kann das Diagramm in folgende sechs charakteristische Spannungsbereiche unterteilen:

Bereich I: Die Spannung am Zählrohr ist noch so klein, daß wegen der Rekombination nur ein Teil der primär erzeugten Ladungsträger an die Elektroden gelangen kann. Die Zahl der in der Kammer gesammelten Ladungsträger nimmt mit wachsender Spannung zu.

Bereich II: Dieses ist der Sättigungsbereich einer Ionisationskammer. Sämtliche primär erzeugten Ladungsträger werden an den Elektroden gesammelt. Q ist in diesem Spannungsbereich von der Höhe der Spannung unabhängig. In den Bereichen I und II wird die Anordnung noch nicht als Zählrohr bezeichnet.

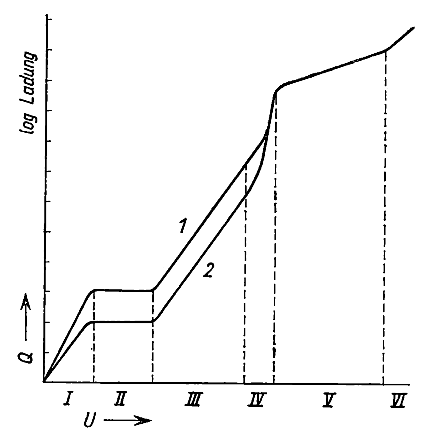


Fig. 11
Die Ladung Q, die in einem Zählrohr beim Eintritt eines stark ionisierenden Teilchens (Kurve 1) und eines schwach ionisierenden Teilchens (Kurve 2) an die Elektroden gelangt, in Abhängigkeit von der Zählrohrspannung U

Bereich III: Die elektrische Feldstärke in der Nähe des Zähldrahtes ist bereits so groß, daß sich dort die primär gebildeten Ionen durch Stoßionisation um einen bestimmten Faktor A vermehren. A bezeichnet man als Gasverstärkungsfaktor; er nimmt mit wachsender Spannung stark zu, bleibt aber innerhalb des Bereiches III von der Stärke der Primärionisation unabhängig. Die Ladungsmenge Q ist also für eine feste Spannung der Zahl der primär gebildeten Ladungsträger proportional. Gebiet III ist der Arbeitsbereich des Proportionalzählrohrs.

Bereich IV: Hier wird bei einer großen Primärionisation die ungestörte Ausbildung der einzelnen durch Stoßionisation entstehenden Ionenlawinen durch die jetzt bereits in starkem Maße vorhandene Raumladung beeinträchtigt. Der Gasverstärkungsfaktor A ist bei einer festen Spannung nur bei einer genügend kleinen Primärionisation eine Konstante. Bereich IV bezeichnet man als das Gebiet der „beschränkten Proportionalität".

Bereich V: Oberhalb einer bestimmten Spannung wird die am Zähldraht gesammelte Ladungsmenge Q von der Stärke der Primärionisation völlig unabhängig. Es beginnt der sogenannte „Auslöse- oder Geiger-Bereich" des Zählrohrs. Q nimmt allerdings weiter mit wachsender Spannung zu.

Bereich VI: In diesem Spannungsbereich setzt eine Dauerentladung ein. Ein Betrieb in diesem Bereich führt im allgemeinen schnell zur Zerstörung des Zählrohrs.

Außer der Stoßionisation trägt noch ein weiterer Effekt zur Ionenvervielfachung im Zählgas bei. Elektronen, die in die Nähe des Zähldrahts gelangen, bewirken dort (bei genügend starkem elektrischen Feld) neben einer Ionisation auch eine Anregung der Moleküle oder Atome des Zählgases. Die Photonen, die anschließend emittiert werden, können nun unter Umständen im Zählgas oder an der Zählrohrwand Photoelektronen erzeugen, die ihrerseits wiederum neue Lawinen aus Ladungsträgern und angeregten Atomen und Molekülen auslösen. Der Gasverstärkungsfaktor A steigt in diesem Falle mit wachsender Zählrohrspannung sehr steil an; gleichzeitig beobachtet man aber bereits bei verhältnismäßig kleinen Werten von A eine Abhängigkeit dieser Größe von der Stärke der Primärionisation. Eine Ionenvervielfachung über Photoelektronen tritt vor allem in Erscheinung, wenn man ein ein- oder zweiatomiges Gas als Zählgas verwendet. Der wirkliche Proportionalbereich erstreckt sich hier nur bis zu einer Zählrohrspannung, die einem Gasverstärkungsfaktor von etwa 100 entspricht. Dieses wird anders, wenn man dem Füllgas einen kleinen Anteil eines mehratomigen Gases oder Dampfes zusetzt. Die Photonen werden dann in starkem Maße von den mehratomigen Molekülen absorbiert, wobei eine Dissoziation der betreffenden Moleküle in neutrale Bruchstücke erfolgt, oder einer der zahlreichen energiearmen Zustände der mehratomigen Moleküle angeregt wird. Man erreicht jetzt innerhalb des Proportionalbereiches für den Gasverstärkungsfaktor Werte bis zu etwa 10^4.

Mit zunehmender Zählrohrspannung wird schließlich die in der Nähe des Zähldrahts durch ein einzelnes Elektron ausgelöste Lawine so groß, und damit die Anzahl der von den angeregten Molekülen oder Atomen emittierten Photonen so hoch, daß im Mittel mindestens ein Photoelektron erzeugt wird, das dann jedesmal wieder die Ausbildung einer neuen Ionenlawine bewirkt. Auf diese Weise breitet sich längs des ganzen Zählrohrs eine Entladung aus, und zwar mit einer Geschwindigkeit, die je nach Zählrohrspannung und Art des Zählgases bei 10^6 bis 10^7 cm/s liegt. Man ist jetzt im Auslösebereich des Zählrohrs. In der Zeitspanne, in der die in der Entladung gebildeten freien Elektronen am Zähldraht gesammelt werden, haben sich die positiven Ionen, die um den Faktor 1000 und mehr langsamer sind als die Elektronen, noch nicht wesentlich von dem Ort ihrer Entstehung fortbewegt. Der Draht ist infolgedessen von einem Schlauch positiver Ionen umgeben, wodurch die Feldstärke dort so weit herabgesetzt wird, daß keine Stoßionisation mehr möglich ist und sich deshalb zunächst keine weiteren Ionenlawinen ausbilden können. Die positiven Ionen erreichen nach einigen 10^{-4} s die Kathode und werden hier neutralisiert. Die freiwerdende Energie beträgt dabei $E_i - E_a$, wenn E_i die Ionisierungsenergie der betreffenden Ionen und E_a die Austrittsarbeit der Elektronen aus der Zählrohrwandung ist. Ist nun $E_i - E_a > E_a$; also $E_i > 2\,E_a$, was gewöhnlich bei der Verwendung von ein- und zweiatomigen Zählgasen zutrifft, so kann beim Auftreffen des Ions auf die Kathode an Stelle eines Photons ein Sekundärelektron ausgelöst werden.

Hierdurch wird aber die Entladung neu gezündet, da sich inzwischen am Zähldraht die ursprünglichen Feldverhältnisse wieder eingestellt haben. Es entstände also eine intermittierende Dauerentladung, die natürlich unterdrückt werden muß. Dieses geschieht dadurch, daß man entweder die Zählrohrspannung nach dem Einsetzen der Entladung kurzzeitig herabsetzt, oder daß man dem Zählgas einen „Löschdampf" hinzufügt. Als Löschdampf verwendet man mehratomige Dämpfe oder Gase, deren Ionisationsenergie kleiner ist als die des Grundgases. In diesem Fall geben die ein- oder zweiatomigen Ionen des Füllgases bei Zusammenstößen mit den mehratomigen Molekülen ihre Ladung an diese ab, und es erreichen schließlich nur Ionen der mehratomigen Moleküle die Kathode. Diese Ionen sind aber nicht in der Lage, Sekundärelektronen auszulösen, da die bei ihrer Neutralisierung an der Kathode freiwerdende Energie zu einer Prädissoziation dieser Moleküle verbraucht wird. Zählrohre mit einem Löschzusatz bezeichnet man als selbstlöschende Zählrohre im Gegensatz zu den nichtselbstlöschenden Zählrohren, bei denen die Löschung durch den Einsatz äußerer Schaltmittel bewirkt wird. Selbstlöschende Zählrohre haben nur eine beschränkte Lebensdauer, da das Löschgas durch Dissoziation während des Zählvorgangs allmählich zersetzt wird und das Zählgas auf diese Weise seine Löschfähigkeit verliert. Eine Ausnahme bilden hier die sogenannten Halogenzählrohre, bei denen einem Edelgas eine kleine Menge Halogengas ($< 1\%$) als Löschgas zugesetzt wird. Sie haben eine nahezu unbegrenzte Lebensdauer und außerdem noch den Vorzug, bei der verhältnismäßig niedrigen Zählrohrspannung von einigen hundert Volt zu arbeiten. Nachteilig wirkt sich bei den Halogenzählrohren gelegentlich aus, daß bei ihnen die Impulsausbildung häufig verzögert erfolgt.

Auskunft über die Güte eines Auslösezählrohrs gibt sein „Zählplateau". Man erhält es, indem man bei konstanter Bestrahlung des Zählrohrs die Zählraten in Abhängigkeit von der Zählrohrspannung aufträgt (Fig. 12). Sobald die Spannung so hoch gewählt ist, daß man im Auslösebereich des Zählrohrs arbeitet, soll im Idealfall die Zählrate mit wachsender Spannung bis zum Ende des Auslösebereichs nicht weiter zunehmen. In Wirklichkeit beobachtet man aber immer wenigstens einen leichten Anstieg der Zählrate, der im wesentlichen verursacht wird durch eine Vergrößerung des effektiven Zählvolumens mit wachsender Zählrohrspannung und ein stärkeres Auftreten von Nachentladungen.

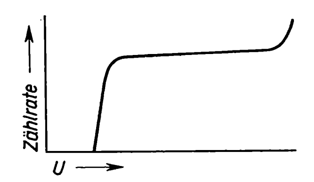


Fig. 12
Charakteristik eines Auslösezählrohrs. Zählrate in Abhängigkeit von der Zählrohrspannung bei konstant gehaltener Einstrahlung

Mit einem Proportionalzählrohr lassen sich recht genaue Energiemessungen an geladenen Teilchen durchführen. Befindet sich dabei der Strahler außerhalb des Zählrohrs, so muß die Zählrohrwand dort, wo Strahlung eintritt, so dünn sein, daß in ihr keine merklichen Energieverluste stattfinden. Die Teilchenbahnen müssen außerdem innerhalb des Zählvolumens enden, was sich oft durch entsprechende Wahl des Füllgases und des Gasdrucks erreichen läßt. In manchen Fällen kann man das zu untersuchende radioaktive Isotop dem Zählgas hinzufügen. Es lassen sich dann sehr energiearme Strahlungen nachweisen. Bei Energiemessungen ist darauf zu achten, daß die Zählrohrspannung sehr gut stabilisiert ist, da der Gasverstärkungsfaktor A, wie bereits erwähnt, stark von der Spannung abhängt.

Zur Teilchenzählung wird vornehmlich ein Auslösezählrohr verwendet. Bei ihm werden nicht die hohen Anforderungen an die Stabilität der Zählrohrspannung gestellt wie beim Proportionalzählrohr. Außerdem sind hier die Spannungsimpulse wesentlich höher und bedürfen nur einer geringen Verstärkung. Für geladene Teilchen hat das Auslösezählrohr praktisch eine Ansprechwahrscheinlichkeit von 100%. Quantenstrahlung wird nur etwa zu 1% registriert. Dieser Wert hängt allerdings erheblich von der Energie der Quanten, der Art des Zählgases und dem Wandmaterial ab. In Fig. 13 sind zwei Zählrohrtypen, wie sie vor allem zum Nachweis von Betateilchen dienen, schematisch dargestellt.

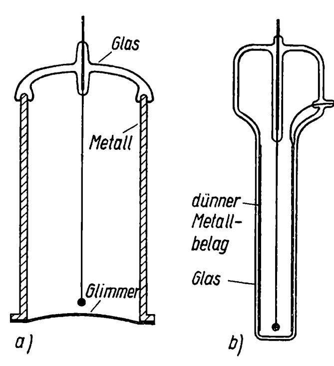


Fig. 13
Zwei gebräuchliche Zählrohrtypen für den Nachweis von Betastrahlen. a) ein Fensterzählrohr, bei dem die Betateilchen durch ein dünnwandiges Glimmerfenster in das Zählrohr eindringen; b) ein Eintauchzählrohr, welches besonders für die Untersuchung von radioaktiven Flüssigkeiten geeignet ist

Trotz des erhöhten elektronischen Aufwandes wird auch ein Proportionalzählrohr gelegentlich zur Teilchenzählung benutzt. Mit ihm ist es zum Beispiel möglich, über einem hohen Untergrund von Beta- und Gammastrahlen schwere Teilchen wegen ihrer größeren spezifischen Ionisierung nachzuweisen. Ein Proportionalzählrohr hat außerdem ein weit besseres zeitliches Auflösungsvermögen als ein Auslösezählrohr. Während man mit einem Proportionalzählrohr bis zu 10^7 Teilchen in der Sekunde zählen kann, beträgt die Totzeit eines Auslösezählrohrs 100 bis 200 μs. Es ist sogar so, daß man bei einem Proportionalzählrohr praktisch kein Zeitintervall angeben kann, in dem es nach der Registrierung eines Teilchens auf ein nachfolgendes Teilchen überhaupt nicht anspricht. Das in einem hinreichend kurzen Zeitabstand nachfolgende Teilchen findet im Zählrohr unter Umständen lediglich ein abgeschwächtes elektrisches Feld vor, so daß ein kleinerer Impuls als gewöhnlich entsteht. Beim Auslösezählrohr hingegen bewirkt der Ionenschlauch, der sich nach Einsetzen einer Zählrohrentladung um den Zähldraht ausbildet, daß die Feldstärke am Zähldraht soweit vermindert wird, daß das Zählrohr zunächst auf neu ankommende Teilchen überhaupt nicht anspricht. Erst wenn die positive Raumladung genügend weit nach außen abgewandert ist, nimmt die Feldstärke am Zähldraht wieder solche Werte an, daß einfallende Teilchen erneut Impulse auslösen. Diese erreichen allerdings erst ihre volle Höhe, wenn die positive Ladungswolke an der Kathode angekommen ist.

Beim Auslösezählrohr bezeichnet man den Zeitabschnitt zwischen der Registrierung eines Teilchens und dem Zeitpunkt, zu dem ein nachfolgendes Teilchen wiederum einen so hohen Impuls auslöst, daß es mit der angeschlossenen elektronischen Zählapparatur gerade wieder registriert werden kann, als die Totzeit des Zählrohrs. Nach dieser Definition hängt die Totzeit also auch von der Einstellung der Diskriminatorstufe des Zählgeräts ab.

Nach einer anderen gebräuchlichen Definition bezeichnet man als Totzeit des Zählrohrs den Zeitabschnitt nach der Registrierung eines Teilchens, in dem das Zählrohr völlig unempfindlich ist; den Zeitabschnitt, in welchem die Impulse

allmählich wieder auf ihre normale Höhe anwachsen, nennt man die Erholungszeit des Zählrohrs.

Wir werden in einem späteren Versuch sehen, daß bei statistisch verteilten Ereignissen kurze Zeitintervalle zwischen den einzelnen Ereignissen bevorzugt auftreten. Folglich wird auch dann, wenn die Totzeit des Zählrohrs beträchtlich kleiner ist als das mittlere Zeitintervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden Ereignissen, ein Teil der Ereignisse nicht registriert. Diese Zählverluste wollen wir nun berechnen.

Nach Auslösung eines Zählimpulses ist die Zählanordnung während der Totzeit τ für die Registrierung eines weiteren ionisierenden Teilchens gesperrt. Werden n' Teilchen in der Zeiteinheit gezählt, so war das Zählrohr während des Bruchteils $n'\tau$ der Zeit unempfindlich. Gelangten im ganzen n ionisierende Teilchen je Zeiteinheit ins Zählrohr, so wurden davon $n(n'\tau)$ Teilchen nicht registriert. Hieraus ergibt sich

$$n' = n - n(n'\tau) = n(1 - n'\tau)$$

oder

$$n = \frac{n'}{1-n'\tau}. \tag{1}$$

Bei einer vernünftig eingerichteten Messung wird man immer $n'\tau \ll 1$ halten. Dann erhält man an Stelle von Gl. (1) angenähert

$$n = n'(1 + n'\tau). \tag{2}$$

Versuch 3 Beobachtung von Zählrohrimpulsen mit einem Oszillographen

Die Zunahme der Höhe von Zählrohrimpulsen mit wachsender Zählrohrspannung soll auf einem Oszillographenschirm verfolgt werden. Es ist auf diese Weise die Schwellenspannung für den Geiger-Müller-Bereich des Zählrohrs zu ermitteln. Es werden benötigt: Ein Geiger-Müller-Zählrohr, ein Hochspannungsgerät, ein Oszillograph und ein radioaktives Präparat. Fig. 14 zeigt die elektrische Schaltanordnung. Der Koppelkondensator C muß eine genügend hohe Spannungsfestigkeit besitzen, damit der Oszillograph nicht gefährdet wird. Das charakteristische Verhalten des Zählrohrs tritt besonders gut in Erscheinung, wenn ein Präparat benutzt wird, welches außer Betastrahlen auch Alphastrahlen aussendet. Es muß in diesem Fall aber ein Zählrohr mit dünnem Fenster (< 3 mg/cm^2) oder ein offener Durchflußzähler zur Verfügung stehen, damit die Alphateilchen nicht den größten Teil ihrer Energie bereits im Zählrohrfenster verlieren oder sogar ganz abgeschirmt werden. Als Präparat ist zum Beispiel RaD (Pb^{210}) mit seinen Folgeprodukten RaE und RaF geeignet. RaD ist ein sehr energiearmer Betastrahler mit einer Halbwertszeit von 19 a, RaE (Bi^{210}) ist ein kurzlebiger Betastrahler (5 d) und RaF (Po^{210}) ist ein Alphastrahler mit 138 d Halbwertszeit.

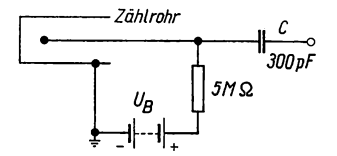


Fig. 14
Elektrische Schaltung eines Auslösezählrohrs

Bei niedrigen Zählrohrspannungen beobachtet man Impulse unterschiedlicher Höhe. Bei ausreichend dünnem Zählrohrfenster und kleinem Abstand zwischen

Präparat und Fenster sind die Impulse, die von den Alphateilchen herrühren, viel höher als die übrigen Impulse. Mit wachsender Spannung nimmt die Höhe der Impulse zu; die Impulshöhenverteilung bleibt hierbei zunächst erhalten. Wir sind im Proportionalbereich des Zählrohrs. Schließlich beobachtet man aber, daß die niedrigen Impulse stärker anwachsen als die hohen, und von einem bestimmten Spannungswert ab haben alle Impulse die gleiche Höhe. Hier beginnt der Geiger-Müller-Bereich des Zählrohrs. Man vermerke die betreffende Schwellenspannung.

Versuch 4 Aufnahme einer Zählrohrcharakteristik

Es ist die Charakteristik eines Geiger-Müller-Zählrohrs aufzunehmen. Außer dem Zählrohr und einem Hochspannungsgerät wird ein Zählgerät benötigt. Das verwendete Präparat soll eine Zählrate von einigen tausend Impulsen pro Minute liefern.

Das Präparat wird unter das Zählrohr gebracht und dann die Zählrohrspannung soweit erhöht, bis die Zählapparatur zu zählen beginnt. Von dieser Einsatzspannung aus ist die Zählrohrspannung in Schritten von etwa 25 V zu steigern und jedesmal die Zählrate für ein festes Zeitintervall zu messen. Die Zählraten sollen etwa 10000 Zählimpulse je Zeitintervall betragen. Diese Messungen sind bis zu einer Zählrohrspannung durchzuführen, bei der ein beträchtliches Anwachsen der Zählrate beobachtet wird. Die Spannung ist jeweils langsam und vorsichtig zu höheren Werten zu verstellen, damit das Plateauende rechtzeitig bemerkt und das Zählrohr nicht durch eine selbständige Entladung bei überhöhter Zählrohrspannung unbrauchbar wird. Die Zählraten sind als Funktion der Zählrohrspannung aufzutragen. Wie groß ist die Plateaulänge der Zählrohrcharakteristik und der Anstieg des Plateaus? Man vergleiche den Plateauanfang mit dem in Versuch 3 gewonnenen Schwellenwert für den Geiger-Müller-Bereich des Zählrohrs. Diese beiden Werte sollten zusammenfallen. Liegt der mit Hilfe des Oszillographen ermittelte Spannungswert niedriger, so war die Diskriminatorschwelle des Zählgeräts auf einen zu hohen Wert eingestellt.

Versuch 5 Messung der Totzeit eines Zählrohrs mit Hilfe eines Oszillographen

Die Totzeit eines Zählrohrs kann durch Beobachtung von Zählrohrimpulsen auf einem Oszillographenschirm unmittelbar gemessen werden. Die Zeitablenkung des Oszillographen wird hierzu durch die Zählrohrimpulse ausgelöst. Auf dem Oszillographenschirm beobachtet man, wenn eine genügend hohe Anzahl von

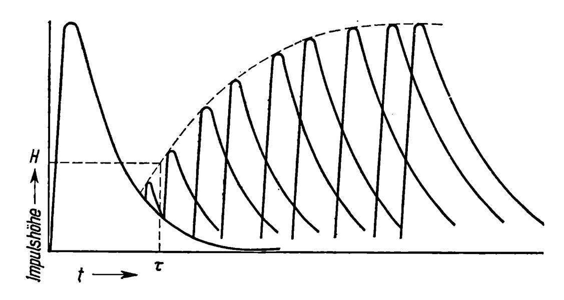


Fig. 15
Oszillogramm, das man bei einem Auslösezählrohr bei dicht aufeinanderfolgenden Zählrohrimpulsen erhält, wenn die Zeitablenkung des Oszillographen durch die Zählrohrimpulse ausgelöst wird. Ist die Höhe H der Diskriminatorschwelle des Zählgeräts, das man zur Teilchenzählung benutzen will, bekannt, so läßt sich die Totzeit τ des Zählrohrs unmittelbar angeben.

Strahlungspartikeln ins Zählrohr eindringt, ein Bild wie in Fig. 15. Der erste Impuls, der die Zeitablenkung auslöst, wird immer wieder in gleicher Weise überschrieben, dahinter kommen in dauernd wechselnder Folge solche Impulse, die innerhalb der Laufzeit der Zeitablenkung dem ersten nachfolgen. Die Zeitablenkung wird zweckmäßig auf etwa 1 ms eingestellt.

Nach der Registrierung eines einzelnen Impulses ist das Zählrohr zunächst für einfallende Impulse unempfindlich. Die Höhe der nachfolgenden Impulse wächst erst allmählich wieder auf den ursprünglichen Wert an. Die Totzeit τ läßt sich jetzt direkt am Oszillographenschirm ablesen, wenn man weiß, wie die Diskriminatorstufe des nachfolgenden Verstärkers in einem Zählgerät eingestellt ist und mit welcher Geschwindigkeit die Zeitachse überschrieben wird.

Auch ohne Verwendung eines Oszillographen läßt sich die Totzeit eines Zählrohres bestimmen, indem man zwei radioaktive Präparate zunächst einzeln und dann zusammen unter das Zählrohr bringt. Hierbei müssen die einzelnen Präparate jeweils an der gleichen Stelle liegen. Beziehen sich die Indizes 1 und 2 auf die einzelnen Präparate und der Index 12 auf die Summe, so gilt für die je Zeiteinheit ins Zählrohr fallende Teilchenzahl:

$$n_{12} = n_1 + n_2$$

oder bei Benutzung von Gl. (2) für die registrierte Teilchenzahl

$$n'_1 (1 + n'_1 \tau) + n'_2 (1 + n'_2 \tau) = n'_{12} (1 + n'_{12} \tau) .$$

Hieraus folgt für die Totzeit

$$\tau = \frac{n'_1 + n'_2 - n'_{12}}{n'^2_{12} - n'^2_1 - n'^2_2} .$$

Wir können diesen Ausdruck weiter vereinfachen:

$$n'^2_{12} - n'^2_1 - n'^2_2 = n'^2_{12} - n'^2_1 - n'^2_2 - 2 n'_1 n'_2 + 2 n'_1 n'_2 = n'^2_{12} - (n'_1 + n'_2)^2 + 2 n'_1 n'_2 .$$

Unter der oben schon gemachten Voraussetzung $n' \tau \ll 1$ ist

$$\left| n'^2_{12} - (n'_1 + n'_2)^2 \right| \ll 2 n'_1 n'_2 .$$

Man erhält so

$$\tau = \frac{n'_1 + n'_2 - n'_{12}}{2 n'_1 n'_2} . \tag{3}$$

Versuch 6 Messung der Totzeit eines Zählrohrs mit Hilfe von zwei radioaktiven Präparaten

Für die Messung verwende man drei gleiche Präparatträger. Zwei nehmen die Präparate auf, und der dritte dient dazu, bei jeder Messung für die gleichen Meßbedingungen zu sorgen, was wegen der Streuung der Betateilchen notwendig ist.

Man bringe zunächst das erste Präparat und einen leeren Präparatträger nebeneinander in gut fixierter Stellung unter das Zählrohr. Die Zählrate soll etwa 12000 bis 15000 Impulse je Minute betragen. Bei einer zweiten Messung ersetze

man den leeren Träger durch das zweite Präparat. Schließlich wird bei der dritten Messung das erste Präparat mit dem leeren Träger vertauscht. Aus den drei Zählraten läßt sich nach Gl. (3) die Totzeit des Zählrohres bestimmen.

1.23 Halbleiter-Detektoren

In den Halbleiterdetektoren erfolgt der Nachweis der Teilchen in der Verbindungsschicht zwischen einem p- und n-Leiter oder in der Grenzschicht zwischen einem Metall und einem Halbleiter. Diese Schichten verhalten sich in mancher Hinsicht wie eine Ionisationskammer. Wir wollen uns hier mit einem p-n-Halbleiterdetektor beschäftigen.

In Halbleitern erfolgt der Transport der elektrischen Ladung teils durch Elektronen wie in normalen Metallen, teils durch Elektronenfehlstellen. Die Elektronenfehlstellen verhalten sich wie Teilchen, die die entgegengesetzte Ladung und eine ähnliche Masse haben wie die Elektronen. Man hat für sie die Bezeichnung Defektelektronen eingeführt. Je nachdem ob in einem Halbleiter der Ladungstransport überwiegend durch Elektronen oder durch Defektelektronen erfolgt, nennt man ihn n-Leiter oder p-Leiter. Ein n-Leiter liegt zum Beispiel vor, wenn in das Kristallgitter eines Elements der vierten Gruppe des periodischen Systems wie Silizium oder Germanium Fremdatome aus der fünften Gruppe wie Phosphor oder Antimon eingebaut sind. Die Atome der fünften Gruppe haben fünf Valenzelektronen, von denen aber nur vier für den Bindungsmechanismus im Wirtsgitter gebraucht werden. Das fünfte Elektron, welches keinen Bindungspartner bei den Nachbarelektronen findet, kann unter Aufwendung einer sehr kleinen Energie vom Atomrumpf abgetrennt werden und steht dann für den Ladungstransport zur Verfügung. Man nennt solche Fremdatome (oder auch Fehlstellen im Gitter, die leicht Elektronen abgeben) Donatoren. Einen p-Leiter hat man zum Beispiel, wenn ein Wirtsgitter aus Elementen der vierten Gruppe des periodischen Systems Fremdatome aus der dritten Gruppe wie Gallium oder Indium enthält. Diese Atome besitzen nur drei Valenzelektronen, und bei der Bindung im vierwertigen Wirtsgitter entsteht jeweils eine Bindungslücke, die sich als Defektelektron ebenfalls sehr leicht vom Fremdatom trennen läßt. Solche Gitterfehler nennt man Akzeptoren, da sie Elektronen aufnehmen.

Grenzen in einem Halbleiter ein n-leitender und ein p-leitender Bereich aneinander, so tritt in der Verbindungsschicht eine Verarmung an Ladungsträgern auf. Diese kommt dadurch zustande, daß ein Teil der im n-Bereich in überwiegendem Maße vorhandenen Elektronen und der im p-Bereich überwiegend vorhandenen Defektelektronen jeweils in das Gebiet mit der anderen Leitfähigkeitsart diffundiert und Elektronen und Defektelektronen hier teilweise rekombinieren. Durch das Abwandern von Elektronen aus der n-Zone der Verbindungsschicht entsteht an dieser Stelle eine positive Raumladung; umgekehrt bildet sich in der p-Zone der Verbindungsschicht eine negative Raumladung aus. Auf diese Weise wird eine positive elektrische Spannung zwischen dem n-Bereich und dem p-Bereich erzeugt, welche dem von dem Konzentrationsgefälle der Elektronen beziehungsweise Defektelektronen in der Verbindungsschicht ausgelösten Diffusionsstrom entgegenwirkt und ihn im Gleichgewichtszustand gerade kompensiert. Legt man von außen an einen p-n-Halbleiter eine elektrische Spannung, deren Richtung der „Diffusionsspannung" entspricht, die sich selbständig an der p-n-Verbindungsschicht des Halbleiters ausbildet, so nimmt die Zahl der Ladungsträger in der Verbindungsschicht weiter ab. Gleichzeitig nimmt die Dicke der Verarmungsschicht zu, und zwar mit der Wurzel aus der anliegenden Spannung. Anschaulich kann man sich dieses so vorstellen, daß die Elektronen in der n-Zone und die Defekt-Elektronen in der p-Zone der Verbindungsschicht durch das neu hinzukommende elektrische Feld aus der Verbindungsschicht weiter in den neutralen n- beziehungsweise p-Bereich des Halbleiters zurückgetrieben werden. Die Verarmungsschicht hat in diesem Fall

unter Umständen einen sehr hohen spezifischen Widerstand; es ist die **Sperrschicht** der elektrischen p-n-Gleichrichter.

Gegenüber einer kleinen, der angelegten Gleichspannung überlagerten Wechselspannung verhält sich die Sperrschicht wie ein Plattenkondensator mit der Kapazität

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot F}{d}, \tag{4}$$

wobei ε die Dielektrizitätskonstante des Halbleiters, ε_0 die Influenzkonstante, F der Querschnitt und d die Dicke der Sperrschicht sind. ε beträgt für Silizium 11,8 und für Germanium 16.

Ein schnelles geladenes Teilchen erzeugt in einem Halbleiter Elektronen-Fehlstellenpaare genau so, wie es in einer Ionisationskammer Ionenpaare hervorbringt. Die Zahl der gebildeten Ladungsträgerpaare ist dem Energieverlust des Teilchens im Halbleiter streng proportional; je erzeugtes Ladungsträgerpaar beträgt der Energieverlust in Silizium etwa 3,5 eV, in Germanium etwa 2,8 eV. Das ist nur etwa ein Zehntel der Energie, die zur Bildung eines Ionenpaares in einem Gas gebraucht wird.

Zum Nachweis oder zur Messung der Energie eines eingeschossenen Teilchens müssen die vom Teilchen erzeugten Ladungsträger gesammelt werden. Hierzu ist es erforderlich, daß die Sammelzeit klein ist gegenüber der Lebensdauer der freien Ladungsträger im Halbleiter. In einem p-n-Halbleiter ist bei angelegter Sperrspannung in der Sperrschicht ein starkes elektrisches Feld vorhanden. Ladungsträger, welche in der Sperrschicht erzeugt worden sind, werden dadurch in einer Zeitspanne, welche sehr klein ist gegenüber ihrer mittleren Lebensdauer, aus der Sperrschicht fortbewegt. Sie verursachen am Eingang eines an den Halbleiter angeschlossenen Verstärkers einen Spannungsimpuls, welcher der Kapazität der Sperrschicht umgekehrt proportional ist. In dem neutralen n- und p-Bereich des Halbleiters ist das elektrische Feld nur sehr schwach. Die Fortbewegung der Ladungsträger erfolgt hier durch Diffusion. Nur ein kleiner Teil der in diesem Bereich erzeugten Ladungsträger wird die Sperrschicht erreichen und zum Signal beitragen; der Rest wird vorher rekombinieren.

Ein p-n-Zähler ist folgendermaßen aufgebaut (vgl. Fig. 16):

In einem p-Silizium-Kristall mit hohem spezifischem Widerstand sind von der einen Seite her Phosphoratome in eine dünne Oberflächenschicht eindiffundiert. Der Kristall ist hierdurch auf der einen Seite n-leitend und besitzt bei einer äußeren in Sperrichtung angelegten Spannung dicht unter seiner Oberfläche eine Sperrschicht. Dringt ein schnelles geladenes Teilchen von der behandelten Seite her in den p-n-Halbleiter ein, so durchfliegt es zunächst einen dünnen neutralen n-Bereich. Elektronen-Fehlstellenpaare, die in dieser Schicht erzeugt werden, werden praktisch nicht gesammelt, da wegen der relativ großen Anzahl von

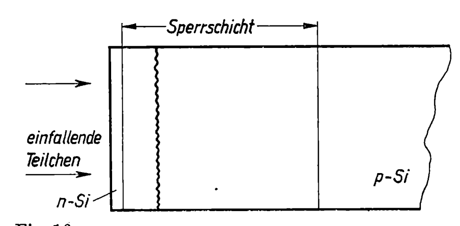


Fig. 16
Schematische Darstellung eines p-n-Halbleiterdetektors. Die geschlängelte Linie deutet die Verbindungsfläche zwischen der n-Zone und der p-Zone innerhalb der Sperrschicht an.

Störstellen in diesem Gebiet die Rekombinationswahrscheinlichkeit hier sehr hoch ist. Durch ihre Dicke ist die untere Grenze der Energie festgelegt, die eine bestimmte Teilchenart haben muß, um mit dem p-n-Zähler nachgewiesen zu werden. An den neutralen n-Bereich schließt sich die Sperrschicht an, in der, wie bereits ausgeführt, sämtliche in ihr erzeugten Ladungsträger gesammelt werden. In dem angrenzenden neutralen p-Bereich ist die Lebensdauer der gebildeten Elektronen-Fehlstellenpaare wegen der hier vorhandenen kleinen Störstellendichte zwar größer als in dem n-Bereich an der Oberfläche, aber es gelangt doch nur ein kleiner Teil der in diesem Gebiet gebildeten Ladungsträger durch Diffusion in die Sperrschicht. Eine Energiemessung an schnellen Teilchen, die bis in diesen Bereich vordringen, ist ohne weiteres nicht möglich.

Um mit einem p-n-Zähler einen möglichst großen Energiebereich zu erfassen, hat man also für eine möglichst dicke Sperrschicht zu sorgen. Wie bereits erwähnt, nimmt diese mit der Wurzel aus der anliegenden Sperrspannung zu. Im Idealfall wäre sie nach oben hin durch die Durchschlagsspannung des Materials begrenzt; in Wirklichkeit muß sie aber wegen des Auftretens von Kriechströmen längs der Halbleiteroberfläche kleiner gewählt werden. Bei einem Zähler aus p-n-Silizium geht man bis etwa 60 V. Die Dicke der Sperrschicht ist außerdem um so größer, je kleiner die Konzentration der Störstellen im Halbleiter ist. Innerhalb der Sperrschicht macht in unserem Beispiel die n-Zone nur einen kleinen Bruchteil der p-Zone aus; denn das Dickenverhältnis der beiden Zonen dieser Sperrschicht ist gleich der Wurzel aus dem Verhältnis der spezifischen Widerstände in den entsprechenden neutralen Halbleiterbereichen, und hier ist der spezifische Widerstand im p-Bereich viel größer als im n-Bereich. Es kommt also praktisch nur auf die Reinheit des unbehandelten p-Siliziums an. Man verwendet Silizium mit einem spezifischen Widerstand möglichst bis etwa $10^4\ \Omega$ cm. Man erhält so Sperrschichten von einigen hundert Mikrometer Dicke.

Gegenüber gasgefüllten Ionisationskammern haben Halbleiterdetektoren verschiedene Vorteile. Sie sind klein und einfach im Aufbau und werden mit der verhältnismäßig niedrigen Spannung von 30 bis 60 V betrieben. Die Anstiegszeit der in ihnen erzeugten elektrischen Impulse ist kleiner als 3 ns, und man erreicht mit ihnen für Alphateilchen eine Energieauflösung, die besser als 1% ist. Ihr Verhalten wird durch magnetische Felder kaum beeinflußt. Halbleiterdetektoren werden vor allem zum Nachweis von schweren geladenen Teilchen und zur Messung ihrer Energie verwendet.

Die Höhe der Spannungsimpulse eines p-n-Halbleiterdetektors liegt in der Größenordnung von einem Millivolt je MeV absorbierter Teilchenenergie. Zur Registrierung dieser verhältnismäßig kleinen Impulse wird man zweckmäßig einen Vorverstärker zusammen mit dem p-n-Zähler in einem Meßkopf vereinigen. In Fig. 17 ist das Schaltbild eines solchen Vorverstärkers und das der Stromversorgung für den p-n-Zähler dargestellt. Es handelt sich hierbei um einen Zähler aus p-n-Silizium mit einer empfindlichen Fläche von 10 mm² und einer höchstzulässigen Betriebsspannung von 60 V. Die Gleichspannung für den Detektor wird einer Trockenbatterie entnommen und kann mit Hilfe eines Potentiometers geregelt werden. Der Vorverstärker besteht aus einem Cascode-Verstärker (s. S. 45), einem gegengekoppelten Kathodenbasisverstärker und einem Kathodenfolger. Die Spannungsverstärkung der gesamten Schaltung beträgt etwa 500. Der Koppelkondensator C_K wird in Versuch 7 zur Einkopplung einer Wechselspannung benötigt.

Versuch 7 Dicke der Sperrschicht eines p-n-Halbleiterdetektors

Es soll die Dicke der Sperrschicht eines p-n-Halbleiterdetektors experimentell ermittelt und gezeigt werden, daß die Dicke mit der Wurzel aus der anliegenden Sperrspannung zunimmt. Zu diesem Zweck ist die Kapazität der Sperrschicht in Abhängigkeit von der Sperrspannung zu messen und ihre Dicke nach Gl. (4) zu berechnen. Außer einem p-n-Zähler und dem in Fig. 17 dargestellten Vorverstärker benötigt man zur Durchführung dieses Experiments einen Generator für eine sinusförmige Wechselspannung mit einer Frequenz, die etwa in der Größenordnung 1 MHz liegt, einen Kathodenstrahloszillographen oder ein Röhrenvoltmeter zur Messung der hochfrequenten Wechselspannung, ein

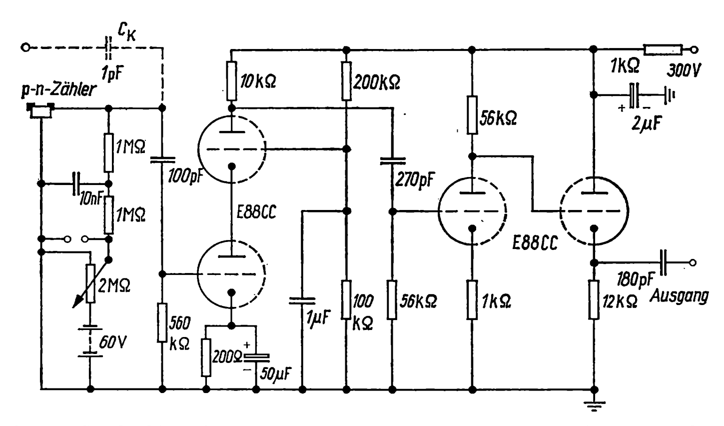


Fig. 17 Schaltbild der Stromversorgung und des Vorverstärkers für einen p-n-Zähler

Röhrenvoltmeter oder statisches Voltmeter zur Gleichspannungsmessung sowie verschiedene Kondensatoren mit Kapazitäten zwischen 20 und 200 pF.

Eine Wechselspannung $\mathfrak{U}_1$, die von außen der Schaltanordnung in Fig. 17 über den Koppelkondensator C_K zugeführt wird, liefert am Verstärkereingang die Spannung

$$\mathfrak{U}_2 = \frac{C_K}{C^* + C_K} \mathfrak{U}_1,$$

wenn in C^* die Eigenkapazität des Halbleiterdetektors und die Streu- und Schaltkapazitäten am Eingang des Vorverstärkers zusammengefaßt sind. Hierbei ist allerdings vorausgesetzt, daß die Frequenz ν der Wechselspannung so hoch ist, daß $\frac{1}{2\pi\nu C^*}$ viel kleiner ist als der Arbeitswiderstand von 1 MΩ. Die Eigenkapazität C des Detektors läßt sich nun durch eine Vergleichsmessung bestimmen, indem man den Detektor durch Kapazitäten bekannter Größe ersetzt und $\mathfrak{U}_2$ beziehungsweise die der Spannung $\mathfrak{U}_2$ proportionale Ausgangsspannung $\mathfrak{U}_3$ des Vorverstärkers bei konstant gehaltener Eingangsspannung $\mathfrak{U}_1$ mißt. Im einzelnen ist hierbei folgendermaßen zu verfahren:

a) In der Schaltanordnung von Fig. 17 wird bei vorgegebener konstanter Eingangswechselspannung $\mathfrak{U}_1$ die Ausgangsspannung $\mathfrak{U}_3$ in Abhängigkeit von der

am p-n-Zähler anliegenden Sperrspannung U_{sp} gemessen, wobei U_{sp} von 2 V bis 50 V zu steigern ist. Die Frequenz der mit einem Röhrengenerator zugeführten Wechselspannung liege etwa bei 1 MHz; ihre Amplitude betrage bei einer Koppelkapazität C_K von rund 1 pF einige Volt. Die Messung von $\mathfrak{U}_3$ erfolgt mit Hilfe eines Kathodenstrahloszillographen oder mit einem Röhrenvoltmeter.

b) Man ersetze den p-n-Zähler durch verschiedene Kapazitäten C_m zwischen 20 und 200 pF und messe bei der gleichen Eingangsspannung wie unter a) jeweils wiederum die Ausgangsspannung $\mathfrak{U}_3$. Trägt man $\frac{1}{\mathfrak{U}_3}$ in Abhängigkeit von C_m auf, so erhält man eine Gerade, deren Schnittpunkt mit der Abszissenachse die Streukapazität C_S am Eingang des Vorverstärkers zuzüglich der Koppelkapazität C_K ergibt (Fig. 18).

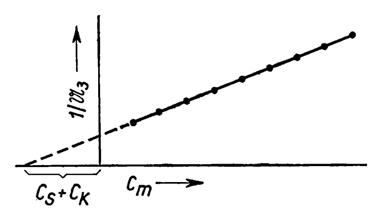


Fig. 18
Meßdiagramm zur Bestimmung der Sperrschichtkapazität eines p-n-Zählers

Geht man mit den für die verschiedenen Sperrspannungen U_{sp} unter a) gemessenen $\frac{1}{\mathfrak{U}_3}$-Werten in das unter b) erhaltene Meßdiagramm ein, so erhält man die Kapazität C der Sperrschicht des p-n-Zählers für die einzelnen Werte der Sperrspannung. Man berechne nach Gl. (4) die jeweilige Dicke d der Sperrschicht. Trägt man jetzt d^2 in Abhängigkeit von U_{sp} auf, so soll man eine Gerade erhalten.

1.24 Szintillationszähler

Die wesentlichen Bestandteile eines Szintillationszählers sind der Szintillator, in welchem von der nachzuweisenden Strahlung Lichtblitze erzeugt werden, und der Photoelektronenvervielfacher, der die Lichtblitze in meßbare elektrische Impulse umwandelt.

Die Wahl des Szintillators richtet sich nach der Art der Strahlung und dem Meßzweck. Folgende Eigenschaften des Szintillators sind hierbei von Bedeutung:

1. Die „Szintillationsausbeute“. Hierunter versteht man den Bruchteil der im Szintillator absorbierten Primärstrahlenergie, die in Fluoreszenzlicht umgewandelt wird. Die Szintillationsausbeute bestimmt neben anderen Faktoren die Intensität der Lichtblitze, die auf die Photokathode des Photovervielfachers gelangen.

2. Die spektrale Verteilung des Fluoreszenzlichtes. Das Fluoreszenzlicht muß im empfindlichen Spektralbereich der Photokathode liegen, und dessen Wellenlänge darf nicht zu groß sein, weil sonst bereits bei Zimmertemperatur durch Thermoemission zu viele Elektronen ausgelöst würden. Ferner muß die Eigenabsorption des Fluoreszenzlichts im Szintillator möglichst klein sein.

3. Die Dauer der Lichtblitze. Sie ist für das zeitliche Auflösungsvermögen des Szintillationszählers von Bedeutung.

4. Das Absorptionsvermögen des Szintillators für die nachzuweisende Strahlung. Dabei ist zu unterscheiden, ob man geladene Teilchen wie Elektronen, Protonen oder Alphateilchen oder ungeladene wie Neutronen oder Photonen nachweisen

will. Im ersten Fall wird die Strahlung stets registriert. Für Energiemessungen muß die Szintillatorschicht so dick sein, daß die betreffenden Teilchen vollständig in ihr abgebremst werden. Im zweiten Fall muß die zunächst neutrale Strahlung mit möglichst großer Wahrscheinlichkeit ihre ganze Energie oder einen definierten Teil davon im Szintillator an ein ionisierendes Teilchen abgeben. Beim Nachweis von Neutronen kommen in erster Linie Rückstoßprotonen in Frage — in diesem Fall muß der Szintillator möglichst viel Wasserstoff enthalten — oder auch bestimmte Kernreaktionen, bei denen geladene Folgeprodukte entstehen, insbesondere die (n, α)-Reaktion an Lithium. Der Nachweis von Photonen geschieht über Photoeffekt, Compton-Effekt und Paarbildung, wobei die gesamte Energie eines Photons oder ein Teil derselben auf Elektronen übertragen wird. Hier sind Szintillationssubstanzen mit möglichst hoher Kernladungszahl besonders vorteilhaft. Näheres ist auf Seite 93 ausgeführt.

In Tab. 4 sind für verschiedene gebräuchliche Szintillatorsubstanzen die oben aufgeführten Eigenschaften angegeben.

Von den anorganischen Szintillationskristallen hat das mit etwa 1% Thallium aktivierte Natriumjodid die größte Bedeutung. Natriumjodid hat für das ausgesandte Fluoreszenzlicht eine gute Durchlässigkeit, und es lassen sich aus diesem Material verhältnismäßig große Kristalle (bis zu einem Volumen von mehreren 100 cm³) herstellen. Wegen des hohen Atomgewichts von Jod werden NaJ-Kristalle vor allem zum Nachweis von Gammastrahlen benutzt. Natriumjodid ist stark hygroskopisch, wobei bereits die normale Luftfeuchtigkeit bewirkt, daß sich ein NaJ-Kristall in kürzester Zeit mit einer gelblichen Schicht überzieht, die das Fluoreszenzlicht stark absorbiert. NaJ-Kristalle müssen deshalb bei ihrer Verwendung als Szintillatoren luftdicht eingekapselt werden.

Tab. 4 Eigenschaften verschiedener gebräuchlicher Szintillatoren

	Szintillator	Dichte g/cm³	Szintillationsausbeute %	Wellenlänge d. Emissionsmaximums Å	Halbwertszeit des Lichtabfalls ns
Anorganische Kristalle	Natriumjodid (NaJ) mit Thallium aktiviert[1])	3,67	10	4100	175
	Zinksulfid (ZnS) mit Silber aktiviert[2])	4,10	28 (α-Teilch.) 14 (γ-Quant.)	4400	7000
	Kalziumwolframat ($CaWO_4$)	6,10	8	4300	4200
Organische Kristalle	Anthrazen ($C_{14}H_{10}$)	1,25	4,8	4400	22,4
	Transstilben ($C_{14}H_{12}$)	1,16	2,9	4100	4,5
Organische Verbindungen in einem Kunststoff gelöst	4 g p-Terphenyl + 0,1 g Diphenylstilben in 100 g Polyvinyltoluol	~ 1,0	2,3	3800	~ 2
Organische Verbindungen in flüssiger Lösung	5 g p-Terphenyl in 1 l Xylol	~ 1	1,6	4000	~ 2
	3 g 2,5-Diphenyloxazol in 1 l Toluol	~ 1	1,8	3800	~ 2

[1]) stark hygroskopisch
[2]) geringe Transparenz

Zinksulfid gibt zwar eine große Lichtausbeute, doch ist seine Transparenz sehr schlecht. Außerdem ist die Abklingzeit des Fluoreszenzlichtes verhältnismäßig groß. Es wird in dünnen Schichten gelegentlich zur Zählung von Alphateilchen verwendet.

Die organischen Szintillatoren zeichnen sich dadurch aus, daß die in ihnen erzeugten Lichtblitze von besonders kurzer Dauer sind; aber die Szintillationsausbeute ist hier kleiner als bei den anorganischen Szintillatoren. Das gleiche gilt für ihr Absorptionsvermögen für Gammastrahlen. Von den Kunststoff- und Flüssigkeitsszintillatoren lassen sich beliebig große Szintillationskörper herstellen, wobei bei den Kunststoffszintillatoren die eigentlichen Szintillatorsubstanzen vor der Polymerisation im Kunststoff gelöst werden.

Wie schon erwähnt, sind Szintillatoren nicht nur zur Zählung von Strahlungspartikeln oder Quanten, sondern in ganz besonderem Maße auch zur quant tativen Messung ihrer Energie geeignet. In Fig. 19 und Fig. 20 ist für einen NaJ-Kristall und für einen Anthrazenkristall die Intensität der Lichtblitze in Abhängigkeit von der Teilchenenergie für verschiedene Teilchenarten aufgetragen. Wie man aus den Kurvenbildern ersieht, ist für Elektronen bei beiden Kristallen die Lichtintensität der Teilchenenergie bis zu hohen Energiewerten proportional.

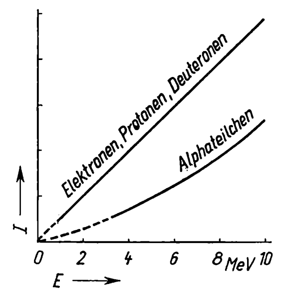


Fig. 19
Intensität I der Lichtblitze von verschiedenartigen in einem NaJ-Kristall absorbierten Teilchen in Abhängigkeit von der Teilchenenergie E

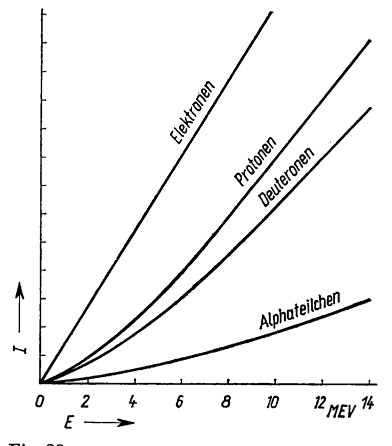


Fig. 20
Intensität I der Lichtblitze von verschiedenartigen in einem Anthrazenkristall absorbierten Teilchen in Abhängigkeit von der Teilchenenergie E

Im Photoelektronenvervielfacher (englisch: multiplier) werden die Photoelektronen, die durch Lichteinwirkung von der Photokathode emittiert worden sind, mit Hilfe eines elektrischen Feldes auf eine Prallelektrode (Dynode) hin beschleunigt, wo sie bei ihrem Auftreffen Sekundärelektronen erzeugen. Diese werden wiederum durch ein elektrisches Feld beschleunigt und schlagen aus einer weiteren Prallelektrode Sekundärelektronen heraus. Der Vorgang wiederholt sich entsprechend der Anzahl der Dynoden des Photovervielfachers noch mehrere Male, wobei die Zahl der Elektronen im Mittel jedes Mal um einen bestimmten Faktor zunimmt. Die Ladungsmenge Q, die schließlich an die Anode des Photovervielfachers gelangt, berechnet sich wie folgt:

Treffen N_L Lichtquanten auf die Photokathode des Photovervielfachers, so werden

$$N_{Ph} = \eta N_L \tag{5}$$

Photoelektronen ausgelöst, wenn η der Wirkungsgrad für die Elektronenauslösung ist. Diese Zahl wird an jeder Dynode im Mittel um den Faktor ζ vermehrt, so daß bei r Dynoden an der Anode des Photovervielfachers

$$N_E = \zeta^r N_{Ph} \tag{6}$$

Elektronen angeliefert werden. Das entspricht einer Ladung

$$Q = e N_E, \tag{7}$$

wenn e die Elementarladung ist. Die Größe η, die man auch als Quantenausbeute bezeichnet, hat bei den verschiedenartigen Photokathoden einen Wert zwischen 5 und 30%. Die Größe ζ enthält den Sekundäremissionsfaktor und außerdem einen Fokussierungsfaktor, der angibt, welcher Bruchteil der emittierten Elektronen von der jeweils folgenden Dynode gesammelt wird. ζ hängt in starkem Maße von der Spannung zwischen den Dynoden ab. Es muß also bei Messungen mit einem Szintillationszähler für eine ausreichende Konstanz der Betriebsspannung des Photovervielfachers gesorgt werden. Auch Temperaturschwankungen sind hier von Einfluß, was bei einer lang andauernden Messung zu beachten ist. Bei einer Potentialdifferenz von 100 V zwischen den einzelnen Dynoden liegt der Wert von ζ etwa bei 4. Die Zahl r der Prallelektroden beträgt bei den üblichen Photoelektronenvervielfachern 9 bis 10.

Auch ohne Lichteinwirkungen auf die Photokathode erscheint am Ausgang des Photovervielfachers eine große Anzahl meist kleiner Stromimpulse. Die Ursache für diesen sogenannten Dunkelstrom ist die thermische Emission der Photokathode beziehungsweise der Dynoden. Er bestimmt die untere Energiegrenze der nachzuweisenden Strahlung. Der thermische Emissionsstrom folgt dem Richardsonschen Gesetz; er kann also durch Kühlung der Photokathode merklich herabgesetzt werden. Im allgemeinen wird diese Maßnahme aber nicht erforderlich sein, da gewöhnlich die Impulse des Dunkelstroms in ihrer Mehrzahl viel kleiner sind als die Impulse der nachzuweisenden Strahlung und durch eine geeignete Einstellung des Impulshöhendiskriminators im Zählgerät unterdrückt werden können.

Damit ein möglichst großer Teil des im Szintillator erzeugten Lichts die Photokathode erreicht, hat man einmal für einen guten optischen Kontakt zwischen Szintillator und Photoelektronenvervielfacher zu sorgen. Zu diesem Zweck bringt man eine dünne Schicht aus Siliconöl oder Kanadabalsam zwischen den Szintillator und die Glaswand des Photovervielfachers. Außerdem müssen die Lichtverluste aus den nicht am Vervielfacher anliegenden Flächen des Szintillators kleingehalten werden. Hierzu werden diese Flächen mit einer reflektierenden Schicht umgeben, wobei diffuse Reflektoren sich als geeigneter erwiesen haben als spiegelnde Reflektoren. Bewährt hat sich zum Beispiel Aluminiumoxydpulver, das locker geschichtet auf die aufgerauhten oder mattierten Szintillatorflächen aufgebracht wird.

Gelegentlich ist es notwendig, den Szintillator vom Photoelektronenvervielfacher räumlich zu trennen, zum Beispiel wenn der Szintillator im magnetischen Feld eines Teilchenbeschleunigers oder eines Betaspektrometers als Detektor benutzt werden soll, da durch ein Magnetfeld der Photovervielfacher in seinem Verhalten gestört würde. In diesem Fall wird die Lichtübertragung vom Szintillator zum Photovervielfacher über einen „Lichtleiter“ vorgenommen. Als solcher ist zum Beispiel ein Plexiglasstab geeignet.

Als Maß für die Güte der Lichtübertragung führt man den sogenannten Lichtübertragungsfaktor ein, welcher den Bruchteil des im Szintillator erzeugten Lichts angibt, das tatsächlich auf die Photokathode gelangt. Der Lichtübertragungsfaktor ξ hängt ab von der Transparenz des Szintillators und gegebenenfalls des Lichtleiters sowie vom Reflexionsvermögen der Einbettung des Szintillators. Er beträgt im günstigsten Falle etwa 0,7 bis 0,8.

Verliert ein Strahlungspartikel im Szintillator den Energiebetrag E, und ist ε die Szintillationsausbeute der betreffenden Szintillatorsubstanz und E_{L} die mittlere Quantenenergie der im Szintillator erzeugten Photonen, so beträgt die Zahl der Photonen, welche die Photokathode erreichen,

$$N_{\mathrm{L}} = \xi \frac{\varepsilon E}{E_{\mathrm{L}}} . \tag{8}$$

Faßt man die Gln. (5), (6), (7) und (8) zusammen, so ergibt sich für die Ladung, die an die Anode des Photovervielfachers gelangt,

$$Q = e \cdot \varepsilon \xi \eta \zeta^r \frac{E}{E_{\mathrm{L}}} . \tag{9}$$

Hierfür ein Beispiel: Der Energieverlust eines Elektrons in einem NaJ-Kristall betrage 1 MeV. Die Szintillationsausbeute hat für NaJ nach Tab. 4 den Wert 0,1. Die mittlere Energie der im Kristall erzeugten Photonen ist etwa 3 eV. Bei einem Lichtübertragungsfaktor von 0,75 erhält man dann nach Gl. (8) für die Zahl der Lichtquanten, welche auf die Photokathode treffen, $N_{\mathrm{L}} = 2{,}5 \cdot 10^4$. Nehmen wir nun weiter an: $\eta = 0{,}1$; $\zeta = 4$ und $r = 10$, so folgt für die Zahl der Elektronen, die an die Anode des Photovervielfachers gelangen, $N_{\mathrm{E}} \approx 2{,}5 \cdot 10^9$. Das entspricht einer Ladungsmenge von $4 \cdot 10^{-10}$ C.

Die Ladungsmenge Q, die man nach Gl. (9) berechnet, wird natürlich nur im Mittel durch ein im Szintillator absorbiertes Teilchen der Energie E an die Anode des Photovervielfachers angeliefert. Bei jeder Einzelmessung beobachtet man eine Streuung um diesen Mittelwert. Wie in 1.41 gezeigt wird, ist bei einem physikalischen Prozeß, bei welchem im Mittel n voneinander unabhängige aber gleichartige Ereignisse in Erscheinung treten, mit einer mittleren statistischen Schwankung vom Betrage $\sqrt{n}$ um den Mittelwert zu rechnen. Im Szintillationszähler laufen nun mehrere derartige Prozesse hintereinander ab, nämlich die Erzeugung von Lichtquanten, die Auslösung von Photoelektronen und die Sekundärelektronenvervielfachung. In diesem Fall trägt jeder einzelne Prozeß mit seiner Streuung zur Gesamtstreuung bei, und zwar gilt folgendes: Ist δ_k die mittlere relative Schwankung, die bei einem Teilprozeß auftritt — sie ist im obigen Falle gleich $\frac{1}{\sqrt{n}}$ — so beträgt der Relativwert der Gesamtstreuung

$$\Delta = \sqrt{\sum_k \delta_k^2} .$$

Beim Szintillationszähler ist demnach für den Fall, daß monoenergetische Teilchen im Szintillator absorbiert werden, die Ladungsanlieferung zur Anode des Photovervielfachers mit einem relativen Schwankungswert

$$\varDelta = \sqrt{\frac{1}{N_\mathrm{L}} + \frac{1}{N_\mathrm{Ph}} + \frac{1}{\zeta N_\mathrm{Ph}} + \frac{1}{\zeta^2 N_\mathrm{Ph}} + \cdots + \frac{1}{\zeta^r N_\mathrm{Ph}}}$$

behaftet. Setzt man für N_L und N_Ph die Werte aus Gl. (8) und Gl. (5) ein, so erhält man

$$\varDelta = \sqrt{\frac{1}{E}\frac{E_\mathrm{L}}{\varepsilon\xi}\left\{1 + \frac{1}{\eta}\left(1 + \frac{1}{\zeta} + \frac{1}{\zeta^2} + \cdots \frac{1}{\zeta^r}\right)\right\}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{E}\frac{E_\mathrm{L}}{\varepsilon\xi}\left(1 + \frac{1}{\eta}\frac{\zeta - 1/\zeta^r}{\zeta - 1}\right)}\,.$$

Die statistischen Schwankungen hängen also von der Energie E der absorbierten Teilchen ab. Im übrigen trägt vor allem die Streuung bei der Erzeugung der Photoelektronen wegen des verhältnismäßig kleinen Wertes der Quantenausbeute η zur Gesamtstreuung bei. Durch den Betrag von $\varDelta$ wird das Energieauflösungsvermögen eines Szintillationszählers für einen bestimmten Energiewert E bestimmt.

Die besondere Bedeutung des Szintillationszählers beruht auf seiner hohen Nachweisempfindlichkeit für Gammastrahlen und seiner guten Eignung zur Aufnahme von Gammaenergiespektren. Außerdem hat er ein hohes zeitliches Auflösungsvermögen. Für niederenergetische Strahlung ($E < 30$ keV) ist er

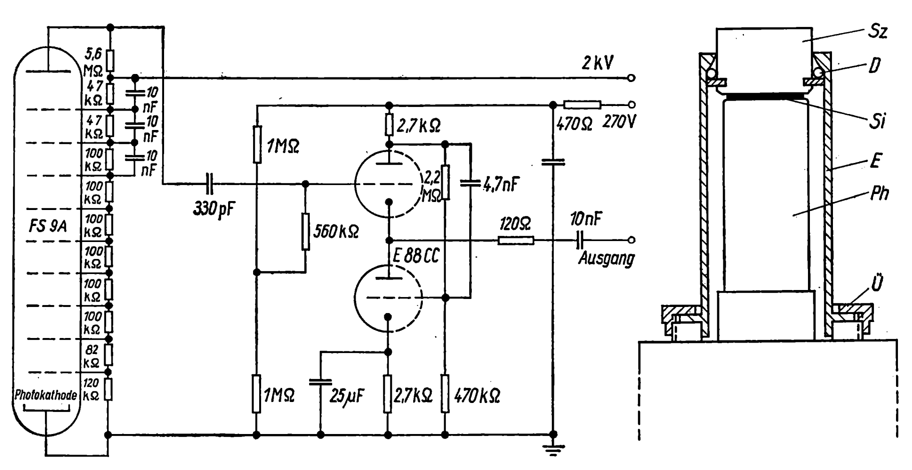


Fig. 21
Schaltbild der Stromversorgung und des Vorverstärkers für einen Photoelektronenvervielfacher

Fig. 22
Mechanischer Aufbau eines Szintillationsmeßkopfes. *Sz* Szintillator, *Ph* Photovervielfacher, *Si* Siliconöl, *E* Eisenmantel, *D* Dichtungsring, *Ü* Überwurfmutter

allerdings, vor allem wegen seiner hier geringen Energieauflösung, dem Proportionalzählrohr unterlegen.

Die Höhe der Spannungsimpulse am Ausgang eines Szintillationszählers liegt in der Größenordnung von einigen Volt je MeV absorbierter Teilchenenergie. Es ist daher im Szintillationsmeßkopf keine Spannungsvorverstärkung notwendig. Es ist jedoch zweckmäßig, einen Kathodenfolger (s. S. 43) im Meßkopf zu verwenden, vor allem wenn man bei der Impulsübertragung über ein längeres Koaxialkabel eine Verflachung der Impulse vermeiden will.

Fig. 21 zeigt das Schaltbild für die Stromversorgung eines Photovervielfachers und das des nachgeschalteten Kathodenfolgers. In Fig. 22 ist der mechanische Aufbau eines Szintillationsmeßkopfes dargestellt.

Versuch 8 Messung der Lichtempfindlichkeit eines Photoelektronenvervielfachers in Abhängigkeit von der anliegenden Betriebsspannung

Man verwende als konstante Lichtquelle ein langlebiges radioaktives Präparat, welches den Szintillator zur Fluoreszenz anregt. Als relatives Maß für die Lichtempfindlichkeit soll der Anodenstrom des Photovervielfachers dienen, von dem allerdings noch jeweils der Dunkelstrom abzuziehen ist. Für die Messung wird folgendes benötigt: Ein Szintillationszähler, ein regelbares stabilisiertes Hochspannungsgerät, ein radioaktives Präparat, zum Beispiel Co^{60}, von ungefähr 1 μc Stärke und ein Galvanometer mit einem maximalen Meßbereich von etwa 25 μA. Erfolgt die Stromversorgung des Photovervielfachers nach der in Fig. 21 dargestellten Schaltung, so ist das Galvanometer gut isoliert aufzustellen, da die Anode hier auf hohem Potential liegt.

Die Spannung am Photovervielfacher ist in Schritten von etwa 50 V bis auf den nach den Betriebsdaten der Röhre maximal zulässigen Spannungswert zu steigern und der Anodenstrom einmal mit Präparat und einmal ohne Präparat zu messen. Der jeweilige Differenzwert ist in logarithmischem Maßstab in Abhängigkeit von der Betriebsspannung des Photovervielfachers aufzutragen.

1.25 Kernphotoplatten

Photographische Emulsionen werden nicht nur durch sichtbares Licht, sondern auch durch jede Art von ionisierender Strahlung geschwärzt. Sie werden deshalb häufig zum Nachweis und zur Intensitätsmessung einer solchen Strahlung verwendet. Darüber hinaus können in Spezialemulsionen sogar die einzelnen Bahnen geladener Teilchen sichtbar gemacht werden. Diese Erscheinung kann für verschiedene Untersuchungen ausgenutzt werden, zum Beispiel kann aus der Länge der Bahnspur eines geladenen Teilchens die Teilchenenergie bestimmt werden. Besonders vorteilhaft erweist sich die photographische Methode, wenn es darum geht, verhältnismäßig selten eintretende Ereignisse zu registrieren.

Eine photographische Emulsion besteht aus Silberhalogenidkriställchen, die in Gelatine eingebettet sind. Dringen Lichtstrahlen oder ionisierende Teilchen in die Emulsion ein, so erleiden einzelne in ihr enthaltene Silberhalogenidkörner eine Veränderung, die bewirkt, daß bei der nachfolgenden Entwicklung der photographischen Emulsion mit einer geeigneten reduzierenden Substanz die Silberhalogenidverbindung reduziert wird und Schwärzungskörner aus metallischem Silber entstehen. Die Silberhalogenid-

kristalle, die nicht umgewandelt worden sind, werden anschließend im Fixierbad aus der Emulsion herausgelöst. Nicht exponierte Silberhalogenidkörner, die bei der Entwicklung trotzdem umgewandelt werden, ergeben den sogenannten Schleier.

Photographische Emulsionen, mit denen die Bahnen ionisierender Teilchen untersucht werden, haben einen wesentlich höheren Gehalt an Silberhalogenid als die in der Licht- und Röntgenphotographie verwendeten Emulsionen und sind weniger lichtempfindlich. Ihr Korndurchmesser liegt zwischen 0,04 und 0,5 μm. Eine hohe Silberhalogenidkonzentration der „Kernemulsionen" wird gewählt, damit die Schwärzungskörner längs einer Teilchenbahn in möglichst kleinem Abstand aufeinander folgen. Hierdurch heben sich die Teilchenbahnen deutlicher gegen den unvermeidlichen Schleier ab, zum anderen ist eine genauere Messung der Bahnlängen möglich. Für die Untersuchung der verschiedenen stark ionisierenden Teilchenarten wird jeweils eine andere Emulsionsart benutzt. Auf diese Weise ist es zum Beispiel möglich, in einer bestimmten Emulsion Alphastrahlen zu beobachten, ohne durch gleichzeitig vorhandene Betastrahlen gestört zu werden. Die Kernemulsionen in der gebräuchlichen Dicke von 50–200 μm befinden sich meistens auf einer Glasunterlage, doch werden auch freitragende Schichten verwendet.

Die Entwicklung einer Kernphotoplatte erfolgt mit einem der käuflichen Entwickler, der allerdings auf das dreifache der im Entwicklerrezept vorgesehenen Menge mit destilliertem Wasser verdünnt wird. Die Entwicklungsdauer richtet sich nach der Dicke der Emulsionsschicht. Bei einer Entwicklertemperatur von 18–20° C beträgt sie für 50 μm-Platten etwa 15 min und für 100 μm-Platten etwa 25 min. Es wird empfohlen, die Emulsion vor dem Entwickeln etwa 20 min lang in destilliertem Wasser zu quellen, da hierdurch ein schnelleres Eindringen der Entwicklersubstanzen in die Emulsion und damit eine gleichmäßigere Entwicklung in der ganzen Emulsionsschicht bewirkt wird.

Nach dem Entwickeln wird die Platte in Wasser abgespült und für 10—20 min in ein Stoppbad aus 2%iger Essigsäure gelegt. Auf diese Weise erzielt man eine rasche Unterbrechung des Entwicklungsvorgangs und eine Härtung der im Entwickler gequollenen Emulsion. Anschließend wird die Platte wieder kurz gewässert und dann ins Fixierbad gebracht. Das Fixierbad enthält, wie auch sonst üblich, 300 g Natriumthiosulfat auf 1 l Wasser. Die Fixierdauer soll ungefähr doppelt so lang sein wie die Zeit, die verstreicht, bevor die Emulsion durchsichtig wird. Nach dem Fixieren wird die Platte mehrere Stunden lang gewässert und schließlich in waagerechter Lage getrocknet.

Die Auswertung der Kernphotoplatten geschieht mit Hilfe eines Mikroskops. Dieses soll einen in zwei zueinander senkrechten Richtungen verschiebbaren Kreuztisch besitzen und einen geeichten Feintrieb für die Tiefeneinstellung. Außerdem soll ein Okularmikrometer vorhanden sein und ein Objektmikrometer zu seiner Eichung. Die erste Durchmusterung einer Platte erfolgt zweckmäßig bei 100—200facher Vergrößerung. Die Ausmessung von Bahnspuren geschieht hingegen bei 800—1200facher Vergrößerung. In diesem Fall muß ein Ölimmersionsobjektiv benutzt werden und eine Immersionsflüssigkeit, zum Beispiel Zedernholzöl, zwischen Kondensor, Photoplatte und Objektiv gebracht werden. Es wird als Mikroskopbeleuchtung zweckmäßig die Köhlersche Beleuchtungsart gewählt (Fig. 23).

Bei dieser wird zunächst auf ein im Gesichtsfeld befindliches Objekt scharf eingestellt. Dann schließt man die Feld-Irisblende B_1 ein wenig und bildet ihren Rand durch Verstellen des Mikroskopkondensors K in die Mitte des Gesichtsfeldes ab. Hierauf wird die Feld-Irisblende wieder so weit geöffnet, daß der Rand ihrer Abbildung mit dem Rand des Gesichtsfeldes zusammenfällt. Die Aperturblende B_2 wird nun so weit geschlossen, daß die Hinterlinse des Mikroskopobjektivs L gerade voll ausgeleuchtet wird. Dieses läßt sich erkennen, wenn man nach Entfernen des Okulars in den Mikroskop-

tubus blickt. Fällt nach der richtigen Einstellung der Aperturblende zu helles Licht in das Auge des Beobachters, so ist es durch Vorschalten von Farbfiltern F abzuschwächen und nicht etwa durch weiteres Schließen der Aperturblende, weil hierdurch eine Verkleinerung der numerischen Apertur und damit eine Verringerung des Auflösungsvermögens des Mikroskops bewirkt würde.

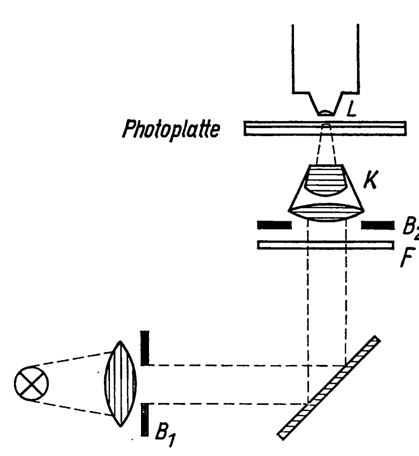


Fig. 23
Köhlersche Mikroskopbeleuchtung
B_1 Feld-Irisblende, B_2 Aperturblende, F Farbfilter, K Mikroskopkondensor, L Mikroskopobjektiv

Die Bahn eines schweren geladenen Teilchens verläuft in einer photographischen Emulsion praktisch geradlinig. Um die Länge einer solchen Bahn zu ermitteln, mißt man ihre Horizontalprojektion l und die Höhendifferenz h zwischen Endpunkt und Anfangspunkt der Teilchenbahn. l mißt man mit einem geeichten Okularmikrometer. h bestimmt man, indem man einmal auf das oberste und einmal auf das unterste Schwärzungskorn der Bahn scharf einstellt und die hierbei erfolgte vertikale Verschiebung der Optik am Feintrieb des Mikroskops abliest. Die auf diese Weise gemessene Höhendifferenz h ist nun aber nicht der Vertikalabstand des Anfangs- und Endpunktes der Teilchenbahn zum Zeitpunkt der Exponierung der Kernphotoplatte; denn während des Fixierens schrumpft die Emulsion in ihrer Dicke, da das nicht umgewandelte Silberhalogenid aus der Emulsion herausgewaschen wird. Zur Berechnung der Reichweite des Teilchens braucht man jedoch den Vertikalabstand in der Originalemulsion. Hierzu wird die gemessene Höhendifferenz h mit dem sogenannten Schrumpfungsfaktor S der Emulsion multipliziert, der definiert ist als Verhältnis der ursprünglichen Schichtdicke der Emulsion zu ihrer Dicke nach dem Fixieren. Kernemulsionen schrumpfen wegen ihres hohen Silberhalogenidgehalts besonders stark; die Dickenabnahme beträgt hier 50—60% der ursprünglichen Schichtdicke. Der Schrumpfungsfaktor S liegt bei teilchenempfindlichen Emulsionen also zwischen 2 und 2,5. Für die Bahnlänge des Teilchens in der Originalemulsion erhält man jetzt

$$L = \sqrt{l^2 + S^2 h^2}. \tag{10}$$

Es ist natürlich nur sinnvoll, solche Teilchenbahnen auszumessen, die ganz in der Emulsion verlaufen. Daß dieses für eine Teilchenbahn zutrifft und daß sie nicht etwa in der Glasunterlage oder in Luft endet, erkennt man daran, daß oberhalb und unterhalb der Bahnspur noch Schleierkörner zu finden sind.

Versuch 9 Messung der Länge von Protonenbahnen in einer Kernphotoplatte

Für diesen Versuch verwendet man zweckmäßig die Ilford-Platte C 2 oder die entsprechende Kernphotoplatte NTB von Eastman Kodak. Die Schichtdicke der Emulsion liege zwischen 50 und 100 µm. Ihr Wert wird bestimmt, indem

man an verschiedenen Stellen der Platte mit einer Mikrometerschraube Dickenmessungen durchführt, den Mittelwert aus diesen Messungen bildet und hiervon die Dicke der Glasunterlage abzieht.

Schnelle Protonen lassen sich in der photographischen Emulsion durch elastischen Stoß mit schnellen Neutronen erzeugen. Schnelle Neutronen erhält man zum Beispiel mit einer (Po + Be)-Neutronenquelle oder auf Grund einer (d, t)-Reaktion mit Hilfe des auf Seite 3 beschriebenen Neutronengenerators.

Nach dem Entwickeln und Fixieren der Kernphotoplatte ist zunächst der Schrumpfungsfaktor der Emulsion zu bestimmen. Die Dicke der geschrumpften Emulsion wird dadurch ermittelt, daß man an mehreren Stellen der Platte mit dem Mikroskop den Abstand zwischen oberstem und unterstem Schleierkorn mißt und den Mittelwert aus diesen Messungen bildet. Anschließend ist die Länge verschiedener Protonenbahnen in der photographischen Emulsion nach der oben beschriebenen Methode zu bestimmen. Bei der Messung des Vertikalabstands h der Bahnenden mit dem Mikroskop-Feintrieb achte man darauf, daß während einer Messung der Feintrieb nur in einer Richtung gedreht wird, damit ein eventuell vorhandener toter Gang das Ergebnis nicht fälscht.

1.3 Elektronik

An sich gehören elektronische Geräte nicht unmittelbar zur Kernphysik, sondern zur Elektrotechnik. Die Kenntnis ihrer Funktionsweise ist jedoch bei der Durchführung kernphysikalischer Experimente und für die richtige Ausdeutung der mit ihnen gewonnenen Ergebnisse unerläßlich. Es erscheint daher angebracht, diesem Gebiet auch in einem Buch über ein kernphysikalisches Praktikum ein Kapitel zu widmen. Bei den später folgenden Einzelversuchen kann dann immer wieder auf die hier im Zusammenhang gebrachten Ausführungen verwiesen werden.

Bei einem großen Teil der Nachweisgeräte für Strahlungen aus Atomkernen wird durch das primäre Ereignis ein elektrischer Impuls ausgelöst. Dieser muß gewöhnlich vor seiner Registrierung verstärkt werden. Die Anforderungen, die an die elektronische Apparatur gestellt werden, können dabei je nach Art des Versuches verschieden groß sein. In manchen Fällen, so beim Geiger-Müller-Zählrohr, gibt man sich damit zufrieden, die Zahl der innerhalb einer bestimmten Zeitspanne ankommenden Impulse zu registrieren. Bei anderen Geräten interessiert daneben auch noch die Höhe der Impulse, besonders beim Proportionalzählrohr, bei der Ionisationskammer, beim Halbleiterdetektor und beim Szintillationszähler. Bei Koinzidenzmessungen will man das zeitliche Zusammenfallen oder auch den zeitlichen Abstand zweier oder mehrerer Ereignisse möglichst genau festhalten. Je nach diesen Anforderungen wird der Apparat im einzelnen sehr verschieden aufgebaut sein. Einige wenige Grundschaltungen, die in geeigneter Weise zusammengesetzt werden, kommen jedoch hierbei immer wieder vor.

Bei etwas umfangreicheren Schaltungen wäre es oft recht umständlich und unübersichtlich, den Zusammenhang zwischen einem Eingangsimpuls und dem Endsignal zu berechnen, wenn man sich nicht spezieller Rechenmethoden bedienen könnte. Solche Rechenmethoden liefert die sogenannte Vierpoltheorie, die ursprünglich vor allem für die Bedürfnisse der elektrischen Nachrichtentechnik entwickelt worden ist. Desgleichen wird die Operatorenrechnung vielfach

von Nutzen sein. Wir wollen daher im folgenden kurz auf einige grundlegende Begriffe und Methoden dieser Rechenarten eingehen, um sie bei der Durchrechnung von Schaltungen anwenden zu können.

Verschiedenes kann in diesem Rahmen nicht exakt mathematisch begründet werden; es wird oft lediglich eine Rechenvorschrift angegeben[1]).

1.31 Elemente der Vierpoltheorie

Unter einem Vierpol versteht man eine elektrische Anordnung, die vier äußere Anschlüsse besitzt, von denen je zwei den Eingang und je zwei den Ausgang des Vierpols bilden (Fig. 24). U_1 ist die Eingangsspannung und U_2 die Ausgangsspannung des Vierpols; I_1 ist entsprechend der Eingangsstrom und I_2 der Ausgangsstrom. Sowohl auf der Eingangsseite wie auch auf der Ausgangsseite des Vierpols soll der Strom als positiv gezählt werden, wenn er in den Vierpol hineinfließt. (Einige Autoren rechnen beim Ausgang allerdings mit umgekehrten Vorzeichen.) Je nachdem, ob ein Vierpol eine Stromquelle enthält oder nicht, bezeichnet man ihn als aktiv oder als passiv. Es sollen hier im allgemeinen nur solche Vierpole behandelt werden, die sich aus linearen Schaltelementen aufbauen, das heißt aus Elementen, bei denen zwischen Strom und angelegter Spannung eine lineare Beziehung besteht. Es läßt sich zeigen, daß in diesem Fall die Eingangs- und Ausgangsspannungen des Vierpols durch lineare Beziehungen mit den Eingangs- und Ausgangsströmen beziehungsweise den zeitlichen Differentialquotienten dieser Größen verknüpft sind.

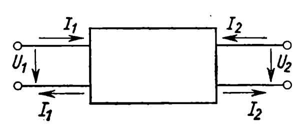


Fig. 24 Schema eines Vierpols

Wir wollen zunächst das Verhalten von Vierpolen gegenüber einer sinusförmigen Wechselspannung untersuchen. Wir interessieren uns zwar letzten Endes für die Verstärkung und Verformung von Impulsen bei ihrem Durchgang durch eine Schaltung; aber die Gleichungen, die den Zusammenhang zwischen den Wechselstromgrößen liefern, geben — wie wir noch sehen werden — eine geeignete Basis für die Untersuchung von Impulsen. Bedient man sich zur mathematischen Beschreibung der Wechselstromvorgänge der komplexen Zahlenebene, so kommen in den Vierpolgleichungen Differentiationen nach der Zeit nicht vor. Bezeichnen wir mit $\mathfrak{U}_1$, $\mathfrak{I}_1$, $\mathfrak{U}_2$, $\mathfrak{I}_2$ die Wechselstromgrößen am Eingang und Ausgang des Vierpols, so gilt

$$\begin{aligned} \mathfrak{U}_1 &= \mathfrak{Z}_{11}\mathfrak{I}_1 + \mathfrak{Z}_{12}\mathfrak{I}_2 \\ \mathfrak{U}_2 &= \mathfrak{Z}_{21}\mathfrak{I}_1 + \mathfrak{Z}_{22}\mathfrak{I}_2. \end{aligned} \tag{11}$$

Die Koeffizienten $\mathfrak{Z}_{ik}$ haben die Dimension eines Widerstandes. Sie erscheinen in den Gleichungen als komplexe Größen, wobei ihr Realteil einem Wirkwiderstand und ihr Imaginärteil einem Blindwiderstand entspricht. Man faßt die Größen $\mathfrak{Z}_{ik}$ üblicherweise zu der sogenannten Widerstandsmatrix

---

[1]) Leser, die sich für eine umfassendere Behandlung der Probleme interessieren, seien bezüglich der Vierpoltheorie zum Beispiel auf R. Feldtkeller, Einführung in die Vierpoltheorie der elektrischen Nachrichtentechnik, 8. Aufl. Stuttgart 1962, und bezüglich der Operatorenrechnung zum Beispiel auf K. W. Wagner, Operatorenrechnung und Laplace-Transformation, 3. Aufl. Leipzig 1962, verwiesen.

$$(\mathfrak{Z}) = \begin{pmatrix} \mathfrak{Z}_{11} & \mathfrak{Z}_{12} \\ \mathfrak{Z}_{21} & \mathfrak{Z}_{22} \end{pmatrix} \tag{12}$$

zusammen.

Matrizen kann man durch Rechenvorschriften verbinden, die der Addition und der Multiplikation analog sind. Es gilt, wenn mit i die Zeile und mit k die Spalte bezeichnet wird,

$$[(A) + (B)]_{ik} = A_{ik} + B_{ik}$$
$$[(A)\,(B)]_{ik} = \sum_j A_{ij} B_{jk}.$$

Bei der Addition von Matrizen gilt das assoziative und das kommutative Gesetz, bei ihrer Multiplikation dagegen nur das assoziative, nicht mehr das kommutative Gesetz.

In der Vierpoltheorie benutzt man neben eigentlichen Matrizen noch sogenannte Vektoren, die man formal als Matrizen behandelt, deren zweite Spalte nur Null enthält, z. B. den Spannungsvektor

$$(\mathfrak{U}) = \begin{pmatrix} \mathfrak{U}_1 \\ \mathfrak{U}_2 \end{pmatrix} \tag{13}$$

und den Stromvektor

$$(\mathfrak{J}) = \begin{pmatrix} \mathfrak{J}_1 \\ \mathfrak{J}_2 \end{pmatrix}. \tag{14}$$

Man erhält so für die Vierpolgleichungen (11) in abgekürzter Schreibweise

$$(\mathfrak{U}) = (\mathfrak{Z})\,(\mathfrak{J}). \tag{15}$$

Gl. (15) stimmt formal mit dem Ohmschen Gesetz für Gleichstrom überein.

Die Größen $\mathfrak{Z}_{ik}$ können aus den Impedanzen[1]) der Schaltelemente, aus denen sich der Vierpol zusammensetzt, berechnet werden. Als Beispiel werde die Widerstandsmatrix einer T-Schaltung aus den drei Impedanzen $\mathfrak{Z}_1, \mathfrak{Z}_2$ und $\mathfrak{Z}_3$ ermittelt (Fig. 25).

Läßt man die Ausgangsseite des Vierpols leerlaufen ($\mathfrak{J}_2 = 0$), so gilt

$$\mathfrak{U}_1 = [\mathfrak{Z}_1 + \mathfrak{Z}_2]\mathfrak{J}_1$$
$$\mathfrak{U}_2 = \mathfrak{Z}_2\mathfrak{J}_1.$$

Fig. 25 *T*-Schaltung als Vierpol

Hieraus folgt nach (11)

$$\mathfrak{Z}_{11} = \mathfrak{Z}_1 + \mathfrak{Z}_2; \quad \mathfrak{Z}_{21} = \mathfrak{Z}_2.$$

Läßt man umgekehrt die Eingangsseite leerlaufen ($\mathfrak{J}_1 = 0$), so gilt

$$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{Z}_2\mathfrak{J}_2$$
$$\mathfrak{U}_2 = [\mathfrak{Z}_2 + \mathfrak{Z}_3]\mathfrak{J}_2.$$

[1]) In der Wechselstromtechnik sind folgende Ausdrücke üblich: Impedanz $\mathfrak{Z}$ = Scheinwiderstand, der komplexe Widerstand eines Schaltelements, definiert durch $\mathfrak{U} = \mathfrak{Z}\mathfrak{J}$, und Admittanz $\mathfrak{Y}$ = Scheinleitwert, definiert durch $\mathfrak{J} = \mathfrak{Y}\mathfrak{U}$.

Hieraus folgt

$$\mathfrak{Z}_{12} = \mathfrak{Z}_2; \quad \mathfrak{Z}_{22} = \mathfrak{Z}_2 + \mathfrak{Z}_3.$$

Für die Widerstandsmatrix erhalten wir also in diesem Fall

$$(\mathfrak{Z}) = \begin{pmatrix} \mathfrak{Z}_1 + \mathfrak{Z}_2 & \mathfrak{Z}_2 \\ \mathfrak{Z}_2 & \mathfrak{Z}_2 + \mathfrak{Z}_3 \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Den Eingangs- und Ausgangsstrom eines Vierpols in Abhängigkeit von der Eingangs- und Ausgangsspannung liefert die Leitwertsmatrix

$$(\mathfrak{Y}) = \begin{pmatrix} \mathfrak{Y}_{11} & \mathfrak{Y}_{12} \\ \mathfrak{Y}_{21} & \mathfrak{Y}_{22} \end{pmatrix}. \tag{17}$$

Man hat hier entsprechend

$$(\mathfrak{J}) = (\mathfrak{Y})\,(\mathfrak{U}). \tag{18}$$

Es soll zunächst die Leitwertsmatrix einer Dreieckschaltung aus den drei Admittanzen $\mathfrak{Y}_1$, $\mathfrak{Y}_2$ und $\mathfrak{Y}_3$ berechnet werden (Fig. 26). Schließt man die Ausgangsseiten des Vierpols kurz ($\mathfrak{U}_2 = 0$), so gilt:

$$\mathfrak{J}_1 = [\mathfrak{Y}_1 + \mathfrak{Y}_2]\mathfrak{U}_1$$
$$\mathfrak{J}_2 = -\mathfrak{Y}_2\mathfrak{U}_1.$$

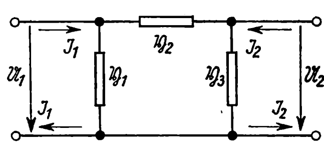


Fig. 26 Dreieckschaltung als Vierpol

Schließt man die Eingangsseiten kurz ($\mathfrak{U}_1 = 0$), so gilt:

$$\mathfrak{J}_1 = -\mathfrak{Y}_2\mathfrak{U}_2$$
$$\mathfrak{J}_2 = [\mathfrak{Y}_2 + \mathfrak{Y}_3]\mathfrak{U}_2.$$

Für die Leitwertsmatrix erhält man hieraus

$$(\mathfrak{Y}) = \begin{pmatrix} \mathfrak{Y}_1 + \mathfrak{Y}_2 & -\mathfrak{Y}_2 \\ -\mathfrak{Y}_2 & \mathfrak{Y}_2 + \mathfrak{Y}_3 \end{pmatrix}. \tag{19}$$

Als weiteres Beispiel sei die Leitwertsmatrix einer Elektronenröhre in Verstärkerschaltung mit der Kathode als gemeinsamer Basis für die Gitter- und die Anodenwechselspannung aufgestellt (Fig. 27).

Von der Vierpoltheorie werden nur die Wechselspannungen erfaßt und nicht die an der Röhre anliegenden Gleichspannungen, die zur Einstellung des Arbeitspunktes der Röhre dienen. Die Wechselspannungsamplituden sollen nur so groß sein, daß die Aussteuerung der Röhre noch in einem angenähert linearen Bereich ihrer Kennlinie erfolgt, so daß wir mit einem linearen Vierpol rechnen können. Unter der Voraussetzung, daß das Steuergitter der Röhre eine genügend hohe negative Vorspannung gegen die Kathode hat, fließt kein Gitterstrom. Wir haben dann

$$\mathfrak{J}_1 = 0.$$

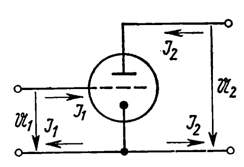


Fig. 27
Verstärkerröhre als Vierpol

Für $\mathfrak{J}_2$ gilt allgemein:

$$\mathfrak{J}_2 = \left(\frac{\partial \mathfrak{J}_2}{\partial \mathfrak{U}_1}\right)_{\mathfrak{U}_2 = 0} \mathfrak{U}_1 + \left(\frac{\partial \mathfrak{J}_2}{\partial \mathfrak{U}_2}\right)_{\mathfrak{U}_1 = 0} \mathfrak{U}_2.$$

$\mathfrak{J}_2$ ist in dieser Schaltung der Anodenwechselstrom der Verstärkerröhre, $\mathfrak{U}_1$ und $\mathfrak{U}_2$ sind die Gitter- und Anoden

wechselspannung. $\left(\frac{\partial \mathfrak{J}_2}{\partial \mathfrak{U}_1}\right)_{\mathfrak{U}_2=0}$ ist folglich die Steilheit S und $\left(\frac{\partial \mathfrak{J}_2}{\partial \mathfrak{U}_2}\right)_{\mathfrak{U}_1=0}$ ist der Reziprokwert des inneren Widerstandes R_i der Röhre.

Wir erhalten somit

$$(\mathfrak{Y}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ S & \frac{1}{R_i} \end{pmatrix}. \tag{20}$$

Neben der Widerstands- und Leitwertsmatrix gebrauchen wir noch die sogenannte Kettenmatrix eines Vierpols. Faßt man die Eingangsspannung $\mathfrak{U}_1$ und den Eingangsstrom $\mathfrak{J}_1$ zusammen in den sogenannten Eingangsvektor

$$(\mathfrak{S}_1) = \begin{pmatrix} \mathfrak{U}_1 \\ \mathfrak{J}_1 \end{pmatrix} \tag{21}$$

und die Ausgangsspannung $\mathfrak{U}_2$ und den Ausgangsstrom $\mathfrak{J}_2$ in den sogenannten Ausgangsvektor

$$(\mathfrak{S}_2) = \begin{pmatrix} \mathfrak{U}_2 \\ \mathfrak{J}_2 \end{pmatrix}, \tag{22}$$

so liefert die Kettenmatrix $(\mathfrak{A})$ den Zusammenhang zwischen dem Eingangs- und Ausgangsvektor gemäß der Beziehung

$$(\mathfrak{S}_1) = (\mathfrak{A})\,(\mathfrak{S}_2). \tag{23}$$

Ausführlich geschrieben lautet Gl. (23)

$$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{A}_{11}\mathfrak{U}_2 + \mathfrak{A}_{12}\mathfrak{J}_2$$
$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{A}_{21}\mathfrak{U}_2 + \mathfrak{A}_{22}\mathfrak{J}_2.$$

Man beachte, daß die verschiedenen Matrixelemente von $(\mathfrak{A})$ nicht dimensionsgleich sind; die Elemente mit gleichen Indizes sind reine Zahlen, die mit ungleichen haben die Dimension eines Widerstands beziehungsweise eines reziproken Widerstands.

Die Kettenmatrix der Verstärkerschaltung in Fig. 27 berechnet sich folgendermaßen:

$$\mathfrak{U}_1 = \left(\frac{\partial \mathfrak{U}_1}{\partial \mathfrak{U}_2}\right)_{\mathfrak{J}_2=0} \mathfrak{U}_2 + \left(\frac{\partial \mathfrak{U}_1}{\partial \mathfrak{J}_2}\right)_{\mathfrak{U}_2=0} \mathfrak{J}_2.$$

$-\left(\frac{\partial \mathfrak{U}_1}{\partial \mathfrak{U}_2}\right)_{\mathfrak{J}_2=0}$ ist der Reziprokwert des Verstärkungsfaktors μ der Röhre; $\left(\frac{\partial \mathfrak{U}_1}{\partial \mathfrak{J}_2}\right)_{\mathfrak{U}_2=0}$ ist der Reziprokwert der Steilheit S der Röhre. Setzen wir wieder $\mathfrak{J}_1 = 0$, so erhalten wir

$$(\mathfrak{A}) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\mu} & \frac{1}{S} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{24}$$

Es gilt bekanntlich: $\mu = SR_i$.

Man kann Vierpole auf verschiedene Art zusammenschalten. Es entsteht dabei stets ein neuer Vierpol, dessen Matrixelemente sich aus denen der einzelnen Vierpole berechnen lassen. Hier liegt der Hauptvorteil der Vierpoltheorie.

Werden zwei Vierpole von denselben Eingangsströmen und denselben Ausgangsströmen durchflossen, so spricht man von einer Reihenschaltung der beiden Vierpole

(Fig. 28). Es addieren sich sowohl die Eingangsspannungen wie auch die Ausgangsspannungen. Wir erhalten

$$(\mathfrak{U}) = (\mathfrak{U}') + (\mathfrak{U}'') = (\mathfrak{Z}')(\mathfrak{J}) + (\mathfrak{Z}'')(\mathfrak{J}) = [(\mathfrak{Z}') + (\mathfrak{Z}'')](\mathfrak{J}). \tag{25}$$

Bei einer Reihenschaltung zweier Vierpole entsteht also ein neuer Vierpol, dessen Widerstandsmatrix gleich der Summe der Widerstandsmatrizen der einzelnen Vierpole ist.

Liegt an zwei Vierpolen dieselbe Eingangsspannung und dieselbe Ausgangsspannung, so spricht man von einer Parallelschaltung der beiden Vierpole (Fig. 29). In diesem Fall addieren sich die Eingangsströme wie auch die Ausgangsströme. Wir erhalten

$$(\mathfrak{J}) = (\mathfrak{J}') + (\mathfrak{J}'') = (\mathfrak{Y}')(\mathfrak{U}) + (\mathfrak{Y}'')(\mathfrak{U}) = [(\mathfrak{Y}') + (\mathfrak{Y}'')](\mathfrak{U}). \tag{26}$$

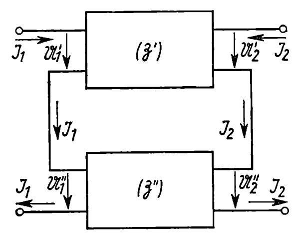
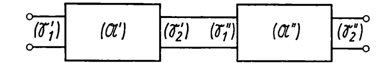


Fig. 28 Reihenschaltung zweier Vierpole

Fig. 29 Parallelschaltung zweier Vierpole



Fig. 30 Kettenschaltung zweier Vierpole



Bei einer Parallelschaltung zweier Vierpole entsteht ein neuer Vierpol, dessen Leitwertsmatrix gleich der Summe der Leitwertsmatrizen der einzelnen Vierpole ist.

Schließlich wollen wir noch die besonders häufige sogenannte Kettenschaltung zweier Vierpole untersuchen. Hierunter versteht man eine Schaltung, bei der die Ausgangsseite des ersten Vierpols mit der Eingangsseite des zweiten Vierpols verbunden ist (Fig. 30).

Der Eingangsvektor $(\mathfrak{S}_1')$ des ersten Vierpols und der Ausgangsvektor $\mathfrak{S}(_2'')$ des zweiten Vierpols sind hier Eingangsvektor beziehungsweise Ausgangsvektor des neuen Vierpols. Zwischen dem Ausgangsvektor $(\mathfrak{S}_2')$ des ersten Vierpols und dem Eingangsvektor $(\mathfrak{S}_1'')$ des zweiten Vierpols besteht die Beziehung

$$(\mathfrak{S}_2') = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} (\mathfrak{S}_1''), \tag{27}$$

da nach unserer Festsetzung der Ausgangsstrom des ersten Vierpols das umgekehrte Vorzeichen hat wie der Eingangsstrom des zweiten Vierpols. Die sogenannte Koppelmatrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ wollen wir im folgenden mit $(\mathfrak{A}_K)$ bezeichnen. Wir erhalten jetzt unter Berücksichtigung von Gl. (23) und (27)

$$\begin{aligned} (\mathfrak{S}_1) &= (\mathfrak{S}_1') = (\mathfrak{A}')(\mathfrak{S}_2') \\ &= (\mathfrak{A}')(\mathfrak{A}_K)(\mathfrak{S}_1'') = (\mathfrak{A}')(\mathfrak{A}_K)(\mathfrak{A}'')(\mathfrak{S}_2'') \\ &= (\mathfrak{A}')(\mathfrak{A}_K)(\mathfrak{A}'')(\mathfrak{S}_2). \end{aligned} \tag{28}$$

Bei einer Kettenschaltung zweier Vierpole entsteht ein neuer Vierpol, dessen Kettenmatrix gleich dem Produkt aus der mit der Koppelmatrix multiplizierten Kettenmatrix des ersten Vierpols und der Kettenmatrix des zweiten Vierpols ist. Die Multiplikation einer Kettenmatrix mit der Koppelmatrix $(\mathfrak{A}_K)$ bedeutet einen Vorzeichenwechsel der Matrixelemente $\mathfrak{A}_{12}$ und $\mathfrak{A}_{22}$.

Welche Matrixdarstellung man zur Beschreibung eines Vierpols wählt, hängt davon ab, in welcher der oben besprochenen Schaltungsarten der Vierpol auftritt. Bei der Berechnung der Vierpolmatrix einer aus mehreren Vierpolen zusammengesetzten Schaltung wird man gelegentlich eine Darstellungsart in eine andere transformieren müssen. Besteht zum Beispiel die Gesamtschaltung aus drei Vierpolen, von denen zwei parallel geschaltet und mit dem dritten Vierpol durch eine Kettenschaltung verbunden sind (Fig. 31), so wird man zunächst vom ersten und zweiten Vierpol die Leitwertsmatrix aufstellen, da bei Parallelschaltung zweier Vierpole sich die Leitwertsmatrizen addieren. Für den aus der Parallelschaltung des ersten und zweiten Vierpols resultierenden Vierpol wird dann aber die Kettenmatrix benötigt, da die Verknüpfung mit dem dritten Vierpol durch Multiplikation der zugehörigen Kettenmatrizen erfolgt. Die Darstellung der Elemente der Widerstands-, Leitwerts- und Kettenmatrix eines Vierpols durch die Elemente der jeweils anderen Matrizen sieht folgendermaßen aus:

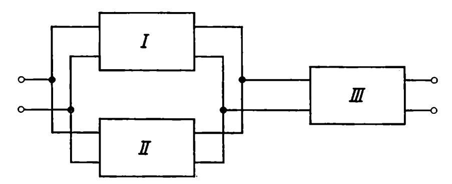


Fig. 31 Schaltkombination aus drei Vierpolen

$$(\mathfrak{Z}) = \begin{pmatrix} \mathfrak{Z}_{11} & \mathfrak{Z}_{12} \\ \mathfrak{Z}_{21} & \mathfrak{Z}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\mathfrak{Y}_{22}}{\|\mathfrak{Y}\|} & -\dfrac{\mathfrak{Y}_{12}}{\|\mathfrak{Y}\|} \\ -\dfrac{\mathfrak{Y}_{21}}{\|\mathfrak{Y}\|} & \dfrac{\mathfrak{Y}_{11}}{\|\mathfrak{Y}\|} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\mathfrak{A}_{11}}{\mathfrak{A}_{21}} & -\dfrac{\|\mathfrak{A}\|}{\mathfrak{A}_{21}} \\ \dfrac{1}{\mathfrak{A}_{21}} & -\dfrac{\mathfrak{A}_{22}}{\mathfrak{A}_{21}} \end{pmatrix} \tag{29}$$

$$(\mathfrak{Y}) = \begin{pmatrix} \mathfrak{Y}_{11} & \mathfrak{Y}_{12} \\ \mathfrak{Y}_{21} & \mathfrak{Y}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\mathfrak{Z}_{22}}{\|\mathfrak{Z}\|} & -\dfrac{\mathfrak{Z}_{12}}{\|\mathfrak{Z}\|} \\ -\dfrac{\mathfrak{Z}_{21}}{\|\mathfrak{Z}\|} & \dfrac{\mathfrak{Z}_{11}}{\|\mathfrak{Z}\|} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\mathfrak{A}_{22}}{\mathfrak{A}_{12}} & -\dfrac{\|\mathfrak{A}\|}{\mathfrak{A}_{12}} \\ \dfrac{1}{\mathfrak{A}_{12}} & -\dfrac{\mathfrak{A}_{11}}{\mathfrak{A}_{12}} \end{pmatrix} \tag{30}$$

$$(\mathfrak{A}) = \begin{pmatrix} \mathfrak{A}_{11} & \mathfrak{A}_{12} \\ \mathfrak{A}_{21} & \mathfrak{A}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\mathfrak{Z}_{11}}{\mathfrak{Z}_{21}} & -\dfrac{\|\mathfrak{Z}\|}{\mathfrak{Z}_{21}} \\ \dfrac{1}{\mathfrak{Z}_{21}} & -\dfrac{\mathfrak{Z}_{22}}{\mathfrak{Z}_{21}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{\mathfrak{Y}_{22}}{\mathfrak{Y}_{21}} & \dfrac{1}{\mathfrak{Y}_{21}} \\ -\dfrac{\|\mathfrak{Y}\|}{\mathfrak{Y}_{21}} & \dfrac{\mathfrak{Y}_{11}}{\mathfrak{Y}_{21}} \end{pmatrix}. \tag{31}$$

Unter $\|\mathfrak{Z}\|$, $\|\mathfrak{Y}\|$ und $\|\mathfrak{A}\|$ sind die Determinanten der betreffenden Matrizen zu verstehen. Für einen passiven Vierpol gilt $\|\mathfrak{A}\| = -1$.

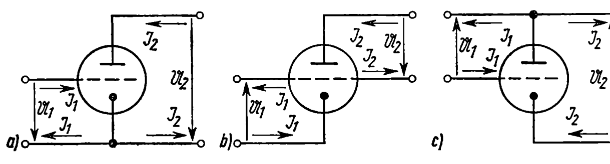


Fig. 32
Die drei Grundschaltungen eines Röhrenverstärkers
(a) Kathodenbasis-,
(b) Gitterbasis-,
(c) Anodenbasisschaltung

Wir wollen nun die drei Grundschaltungen eines Röhrenverstärkers untersuchen, das ist die Kathodenbasis-, die Gitterbasis- und die Anodenbasisschaltung (Fig. 32). Alle drei kommen häufig als Bauelemente in Verstärkerschaltungen

elektronischer Geräte vor. In jeder der drei Schaltungen wird eine andere Elektrode als gemeinsame Basis für die Gitter- und Anodenwechselspannung benutzt.

Wir wollen die Leitwertsmatrizen der drei Verstärkerschaltungen aufstellen, und zwar soll der Ansatz so allgemein gehalten werden, daß auch die Röhrenkapazitäten und eventuell vorhandene Rückkopplungsglieder berücksichtigt werden können. Von jeder der drei Schaltungen wird die Spannungsverstärkung $\mathfrak{V}$ berechnet. Sie ist definiert als das Verhältnis der Ausgangsspannung $\mathfrak{U}_2$ des Verstärkers zu seiner Eingangsspannung $\mathfrak{U}_1$. Die Ausgangsspannung hängt bei vorgegebener Eingangsspannung natürlich von der Belastung des Verstärkers ab, das heißt in unserer Darstellung von der Admittanz $\mathfrak{Y}_a$ des Zweipols, welcher den Verstärkervierpol auf der Ausgangsseite abschließt. Es gilt:

$$\mathfrak{J}_2 = \mathfrak{Y}_{21}\mathfrak{U}_1 + \mathfrak{Y}_{22}\mathfrak{U}_2$$

$$\mathfrak{J}_2 = -\mathfrak{Y}_a\mathfrak{U}_2.$$

Hieraus folgt

$$-\mathfrak{Y}_a\mathfrak{U}_2 = \mathfrak{Y}_{21}\mathfrak{U}_1 + \mathfrak{Y}_{22}\mathfrak{U}_2$$

oder

$$\mathfrak{V} = \frac{\mathfrak{U}_2}{\mathfrak{U}_1} = -\frac{\mathfrak{Y}_{21}}{\mathfrak{Y}_a + \mathfrak{Y}_{22}}. \tag{32}$$

Bekanntlich wird von einer Spannungsquelle — und als solche hat man auch einen Röhrenverstärker anzusehen — die größtmögliche Leistung an einen Verbraucher abgegeben, wenn der Belastungswiderstand gleich dem inneren Widerstand der Spannungsquelle ist. Für die Leistungsverstärkung interessiert deshalb der innere Widerstand der Verstärkerschaltung. Wir wollen im folgenden den inneren Widerstand einer Verstärkerschaltung mit $\mathfrak{R}_i$ bezeichnen zur Unterscheidung von dem inneren Widerstand R_i einer Elektronenröhre. Man hat

$$\mathfrak{R}_i = \left(\frac{\partial\mathfrak{U}_2}{\partial\mathfrak{J}_2}\right)_{\mathfrak{U}_1=0} = \frac{1}{\mathfrak{Y}_{22}}. \tag{33}$$

Schließlich will man oft noch den Eingangswiderstand einer Verstärkerschaltung wissen, da mit diesem Widerstand die Signalquelle belastet wird. Für seinen reziproken Wert, den Eingangsleitwert $\mathfrak{Y}_e$, erhält man

$$\mathfrak{Y}_e = \frac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{U}_1} = \frac{\mathfrak{Y}_{11}\mathfrak{U}_1 + \mathfrak{Y}_{12}\mathfrak{U}_2}{\mathfrak{U}_1} = \mathfrak{Y}_{11} + \mathfrak{Y}_{12}\mathfrak{V}. \tag{34}$$

K a t h o d e n b a s i s v e r s t ä r k e r. Die Leitwertsmatrix der Verstärkerröhre gibt Gl. (20) zu

$$(\mathfrak{Y}') = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ S & \dfrac{1}{R_i} \end{pmatrix}.$$

Die übrigen Schaltelemente, die von außen hinzugeschaltet sind oder die wie die Röhrenkapazitäten durch den mechanischen Aufbau der Elektronenröhre bedingt sind, werden durch drei Admittanzen erfaßt, die zwischen Gitter und Kathode ($\mathfrak{Y}_{gk}$), Gitter und Anode ($\mathfrak{Y}_{ga}$) und Anode und Kathode ($\mathfrak{Y}_{ak}$) liegen

(Fig. 33). Die äußere Belastung des Röhrenverstärkers soll nicht in $\mathfrak{Y}_{ak}$ enthalten sein. Diese drei Admittanzen bilden eine Dreieckschaltung, deren Leitwertsmatrix nach Gl. (19) lautet

$$(\mathfrak{Y}'') = \begin{pmatrix} \mathfrak{Y}_{gk} + \mathfrak{Y}_{ga} & -\mathfrak{Y}_{ga} \\ -\mathfrak{Y}_{ga} & \mathfrak{Y}_{ga} + \mathfrak{Y}_{ak} \end{pmatrix}.$$

Die gesamte Verstärkerschaltung kann man jetzt auffassen als eine Parallelschaltung von zwei Vierpolen mit den Leitwertsmatrizen $(\mathfrak{Y}')$ und $(\mathfrak{Y}'')$. Für die Leitwertsmatrix der Gesamtschaltung erhält man dann nach Gl. (26)

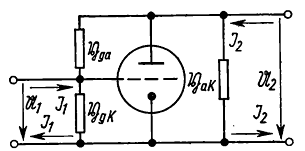


Fig. 33
Elektronenröhre in Kathodenbasisschaltung

$$(\mathfrak{Y}) = \begin{pmatrix} \mathfrak{Y}_{gk} + \mathfrak{Y}_{ga} & -\mathfrak{Y}_{ga} \\ S - \mathfrak{Y}_{ga} & \frac{1}{R_i} + \mathfrak{Y}_{ga} + \mathfrak{Y}_{ak} \end{pmatrix}. \tag{35}$$

Die Spannungsverstärkung beträgt (s. Gl. (32))

$$\mathfrak{V} = -\frac{S - \mathfrak{Y}_{ga}}{\mathfrak{Y}_a + \frac{1}{R_i} + \mathfrak{Y}_{ga} + \mathfrak{Y}_{ak}}. \tag{36}$$

Für den Fall, daß man die Röhrenkapazitäten vernachlässigen kann, der Verstärker mit dem Ohmschen Widerstand R_a abgeschlossen ist und keine zusätzlichen Schaltelemente auftreten, wenn also $\mathfrak{Y}_{ga}$ und $\mathfrak{Y}_{ak}$ gleich Null sind und $\mathfrak{Y}_a = \frac{1}{R_a}$, folgt aus Gl. (36)

$$\mathfrak{V} = -\frac{S}{\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_i}} = -\frac{\mu R_a}{R_a + R_i}. \tag{37}$$

Die Ausgangsspannung hat gegenüber der Eingangsspannung eine Phasenverschiebung von 180°.

Bei Verwendung einer Pentode ist wegen des großen Innenwiderstands der Röhre R_a immer viel kleiner als R_i. Wir erhalten deshalb für die Spannungsverstärkung einer Pentode

$$\mathfrak{V} \approx -S R_a. \tag{38}$$

Für den inneren Widerstand des Verstärkers gilt (s. Gl. (33))

$$\mathfrak{R}_i = \frac{1}{\frac{1}{R_i} + \mathfrak{Y}_{ga} + \mathfrak{Y}_{ak}} \tag{39}$$

oder, wenn wir wieder annehmen, daß $\mathfrak{Y}_{ga} = 0$ und $\mathfrak{Y}_{ak} = 0$,

$$\mathfrak{R}_i = R_i. \tag{40}$$

Der Eingangsleitwert des Kathodenbasisverstärkers beträgt (s. Gl. (34))

$$\mathfrak{Y}_e = \mathfrak{Y}_{gk} + \mathfrak{Y}_{ga}(1 - \mathfrak{V}). \tag{41}$$

Die Röhrenkapazitäten wollen wir dieses Mal mitberücksichtigen. Liegt am Eingang des Verstärkers ein Ohmscher Widerstand R_g, so erhalten wir

$$\mathfrak{Y}_e = \frac{1}{R_g} + i\omega\{C_{gk} + C_{ga}(1 - \mathfrak{V})\}. \tag{42}$$

Wird der Verstärker mit einem Ohmschen Widerstand R_a abgeschlossen und ist die Frequenz so niedrig, daß $\frac{1}{R_a} \gg i\omega(C_{ga} + C_{ak})$, so gilt für $\mathfrak{V}$ angenähert Gl. (37). — $\mathfrak{V}$ ist dann eine positive Größe, die wir durch V ersetzen wollen. Die Eingangskapazität der Schaltung beträgt jetzt

$$C_e = C_{gk} + C_{ga}(1 + V). \tag{43}$$

Die Vergrößerung der Eingangskapazität um den Betrag $(1 + V)C_{ga}$, der von einer Rückwirkung der Anodenwechselspannung über die Gitter-Anoden-Kapazität herrührt, bezeichnet man als Miller-Effekt. Bei einer Pentode hat der Miller-Effekt keine Bedeutung, da bei ihr die Gitter-Anoden-Kapazität nur sehr klein ist.

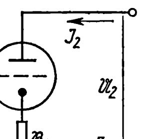


Fig. 34
Verstärkerschaltung mit einem Widerstand in der Kathodenzuleitung

Die Kathodenbasisschaltung wird häufig dahingehend abgeändert, daß in die Kathodenzuleitung ein Widerstand $\mathfrak{R}_k$ eingefügt wird (Fig. 34). Den Einfluß dieser Größe auf das Verhalten der Schaltung wollen wir untersuchen.

Fließt kein Gitterstrom, so ist $\mathfrak{J}_1 = 0$.

Die Gitterwechselspannung beträgt in diesem Fall

$$\mathfrak{U}_g = \mathfrak{U}_1 - \mathfrak{R}_k\mathfrak{J}_2$$

und die Anodenwechselspannung

$$\mathfrak{U}_a = \mathfrak{U}_2 - \mathfrak{R}_k\mathfrak{J}_2.$$

Da $\mathfrak{J}_2$ gleich dem Anodenwechselstrom ist, erhalten wir (s. Gl. (20))

$$\begin{aligned}\mathfrak{J}_2 &= S\mathfrak{U}_g + \frac{1}{R_i}\mathfrak{U}_a \\ &= S(\mathfrak{U}_1 - \mathfrak{R}_k\mathfrak{J}_2) + \frac{1}{R_i}(\mathfrak{U}_2 - \mathfrak{R}_k\mathfrak{J}_2).\end{aligned}$$

Hieraus folgt

$$\mathfrak{J}_2\left(1 + S\mathfrak{R}_k + \frac{\mathfrak{R}_k}{R_i}\right) = S\mathfrak{U}_1 + \frac{1}{R_i}\mathfrak{U}_2$$

oder

$$\mathfrak{J}_2 = \frac{\mu}{R_i + (\mu + 1)\mathfrak{R}_k}\mathfrak{U}_1 + \frac{1}{R_i + (\mu + 1)\mathfrak{R}_k}\mathfrak{U}_2,$$

und wir bekommen für die Leitwertsmatrix

$$(\mathfrak{Y}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \dfrac{\mu}{R_i + (\mu + 1)\mathfrak{R}_k} & \dfrac{1}{R_i + (\mu + 1)\mathfrak{R}_k} \end{pmatrix}. \tag{44}$$

Die Spannungsverstärkung beträgt, wenn man die Schaltung mit dem Ohmschen Widerstand R_a belastet und in die Kathodenzuleitung den Ohmschen Widerstand R_k legt,

$$\mathfrak{V} = -\frac{\mu R_a}{R_a + R_i + (\mu + 1) R_k}. \tag{45}$$

Ein Vergleich mit Gl. (37) zeigt, daß durch den Widerstand R_k in der Kathodenzuleitung die Spannungsverstärkung herabgesetzt wird. Gleichzeitig wird durch diese sogenannte Gegenkopplung aber auch die Abhängigkeit der Verstärkereigenschaften von den Röhrendaten verringert. In dem Extremfall, daß $(\mu + 1) R_k$ viel größer ist als R_i und R_a, erhalten wir für Gl. (45)

$$\mathfrak{V} \approx -\frac{\mu R_a}{(\mu + 1) R_k} \approx -\frac{R_a}{R_k}. \tag{46}$$

Die Spannungsverstärkung hängt jetzt nur noch von den passiven Schaltelementen R_a und R_k ab. Dieses bedeutet aber, daß die Verstärkung sehr stabil geworden ist; denn Veränderungen der Röhreneigenschaften, die durch Schwankungen in der Stromversorgung der Röhre oder durch eine Alterung der Röhre hervorgerufen werden können, fallen hier nicht mehr ins Gewicht.

Daß der durch Gl. (46) beschriebene Grenzfall sich auch noch bei einer brauchbaren Spannungsverstärkung tatsächlich verwirklichen läßt, soll an einem Beispiel gezeigt werden. Bei Benutzung einer Pentode in der Schaltung von Fig. 34 sei $\mu = 5000$; $R_i = 2{,}5\ \mathrm{M\Omega}$; $R_k = 10\ \mathrm{k\Omega}$ und $R_a = 200\ \mathrm{k\Omega}$. Dann ist $\mu R_k = 50\ \mathrm{M\Omega}$ und $(R_a + R_i) = 2{,}7\ \mathrm{M\Omega}$. μR_k ist also viel größer als $(R_a + R_i)$, und wir können die Spannungsverstärkung nach Gl. (46) berechnen. Wir erhalten $V = 20$. Eine andere Art der Gegenkopplung werden wir in Aufgabe 3 besprechen.

Gitterbasisverstärker. Wir wollen zunächst die Leitwertsmatrix der Verstärkerröhre in Gitterbasisschaltung bestimmen. Fließt kein Gitterstrom, so ist $\mathfrak{J}_1 = -\mathfrak{J}_2$ (s. Fig. 32b). Die Gitterwechselspannung beträgt

$$\mathfrak{U}_g = -\mathfrak{U}_1$$

und die Anodenwechselspannung

$$\mathfrak{U}_a = -\mathfrak{U}_1 + \mathfrak{U}_2.$$

$\mathfrak{J}_2$ ist gleich dem Anodenwechselstrom, und wir erhalten

$$\mathfrak{J}_2 = S\,\mathfrak{U}_g + \frac{1}{R_i}\mathfrak{U}_a = -\left(S + \frac{1}{R_i}\right)\mathfrak{U}_1 + \frac{1}{R_i}\mathfrak{U}_2.$$

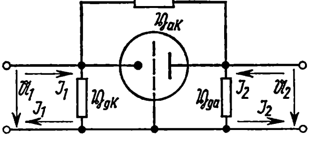


Fig. 35
Elektronenröhre in Gitterbasisschaltung

Hieraus folgt für die Leitwertsmatrix der Verstärkerröhre

$$(\mathfrak{Y}') = \begin{pmatrix} S + \frac{1}{R_i} & -\frac{1}{R_i} \\ -\left(S + \frac{1}{R_i}\right) & \frac{1}{R_i} \end{pmatrix}. \tag{47}$$

Die Gesamtschaltung in Fig. 35 läßt sich wieder ähnlich wie beim Kathodenbasisverstärker auffassen als Parallelschaltung eines Vierpols mit der Leit-

wertsmatrix $\|\mathfrak{Y}'\|$ und eines Vierpols in Dreieckschaltung mit der Leitwertsmatrix

$$(\mathfrak{Y}'') = \begin{pmatrix} \mathfrak{Y}_{gk} + \mathfrak{Y}_{ak} & -\mathfrak{Y}_{ak} \\ -\mathfrak{Y}_{ak} & \mathfrak{Y}_{ak} + \mathfrak{Y}_{ga} \end{pmatrix}.$$

Für die Leitwertsmatrix der Gesamtschaltung bekommt man dann

$$(\mathfrak{Y}) = \begin{pmatrix} S + \frac{1}{R_i} + \mathfrak{Y}_{gk} + \mathfrak{Y}_{ak} & -\left(\frac{1}{R_i} + \mathfrak{Y}_{ak}\right) \\ -\left(S + \frac{1}{R_i} + \mathfrak{Y}_{ak}\right) & \frac{1}{R_i} + \mathfrak{Y}_{ak} + \mathfrak{Y}_{ga} \end{pmatrix}. \tag{48}$$

Die Spannungsverstärkung des Gitterbasisverstärkers beträgt, wenn wir die Admittanzen $\mathfrak{Y}_{ak}$ und $\mathfrak{Y}_{ga}$ vernachlässigen und den Verstärker mit dem Ohmschen Widerstand R_a belasten,

$$\mathfrak{V} = \frac{S + \frac{1}{R_i}}{\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_i}} = \frac{(\mu + 1) R_a}{R_i + R_a}. \tag{49}$$

Die Spannungsverstärkung des Gitterbasisverstärkers unterscheidet sich dem Betrag nach also kaum von der des Kathodenbasisverstärkers. Man hat aber hier eine Phasengleichheit von $\mathfrak{U}_2$ und $\mathfrak{U}_1$.

Für den inneren Widerstand der Schaltung findet man unter den gleichen Voraussetzungen wie oben

$$\mathfrak{R}_i = R_i. \tag{50}$$

Das ist der gleiche Wert wie beim Kathodenbasisverstärker.

Der Eingangswiderstand des Gitterbasisverstärkers ist jedoch wesentlich verschieden von dem des Kathodenbasisverstärkers. Wir erhalten, wenn $\mathfrak{Y}_{gk} = 0$, $\mathfrak{Y}_{ak} = 0$ und $\mathfrak{Y}_a = \frac{1}{R_a}$, unter Berücksichtigung von Gl. (49)

$$\mathfrak{R}_e = \frac{1}{\mathfrak{Y}_e} = \frac{1}{S + \frac{1}{R_i}(1 - \mathfrak{V})} = \frac{R_i + R_a}{\mu + 1} \approx \frac{1}{S} + \frac{R_a}{\mu}. \tag{51}$$

Der Eingangswiderstand $\mathfrak{R}_e$ wird hiernach immer verhältnismäßig klein sein und meist in der Größenordnung 1 kΩ liegen. Eine nahezu leistungslose Steuerung wie beim Kathodenbasisverstärker ist hier also nicht möglich.

Die Gitterbasisschaltung wird uns als Bestandteil des sogenannten Cascode-Verstärkers in Aufgabe 2 wieder begegnen.

A n o d e n b a s i s v e r s t ä r k e r. Wir wollen zunächst wiederum die Leitwertsmatrix der Verstärkerröhre berechnen. Fließt kein Gitterstrom, so ist $\mathfrak{I}_1 = 0$.

Die Gitterwechselspannung beträgt (s. Fig. 32c)

$$\mathfrak{U}_g = -(\mathfrak{U}_2 - \mathfrak{U}_1)$$

und die Anodenwechselspannung

$$\mathfrak{U}_a = -\mathfrak{U}_2.$$

Der Anodenwechselstrom ist gleich $-\mathfrak{J}_2$. Wir erhalten also

$$\mathfrak{J}_2 = -S\mathfrak{U}_g - \frac{1}{R_i}\mathfrak{U}_a = -S\mathfrak{U}_1 + \left(S + \frac{1}{R_i}\right)\mathfrak{U}_2.$$

Hieraus folgt für die Leitwertsmatrix der Verstärkerröhre in Anodenbasisschaltung

$$(\mathfrak{Y}') = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -S & S + \frac{1}{R_i} \end{pmatrix}. \tag{52}$$

Die Leitwertsmatrix der Gesamtschaltung in Fig. 36 beträgt dann

$$(\mathfrak{Y}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -S & S + \frac{1}{R_i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathfrak{Y}_{ga} + \mathfrak{Y}_{gk} & -\mathfrak{Y}_{gk} \\ -\mathfrak{Y}_{gk} & \mathfrak{Y}_{gk} + \mathfrak{Y}_{ak} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \mathfrak{Y}_{ga} + \mathfrak{Y}_{gk} & -\mathfrak{Y}_{gk} \\ -(S + \mathfrak{Y}_{gk}) & S + \frac{1}{R_i} + \mathfrak{Y}_{gk} + \mathfrak{Y}_{ak} \end{pmatrix}. \tag{53}$$

Für die Spannungsverstärkung des Anodenbasisverstärkers findet man, wenn $\mathfrak{Y}_{gk} = 0$, $\mathfrak{Y}_{ak} = 0$ und $\mathfrak{Y}_a = \frac{1}{R_k}$ ist,

$$\mathfrak{V} = \frac{S}{S + \frac{1}{R_k} + \frac{1}{R_i}} = \frac{1}{1 + \frac{R_i + R_k}{\mu R_k}}. \tag{54}$$

Der Betrag von $\mathfrak{V}$ ist immer kleiner als 1. Der Anodenbasisverstärker bewirkt also keine Spannungsverstärkung. Für einen großen Widerstand R_k, das heißt in unserem Falle, wenn R_k größer ist als etwa 10 kΩ, ist $\mathfrak{V}$ praktisch gleich 1. Die Spannung an der Kathode macht dann alle Änderungen von $\mathfrak{U}_1$ nahezu in gleicher Größe mit. Von diesem Verhalten der Schaltung rührt die Bezeichnung „Kathodenfolger" für den Anodenbasisverstärker her. Ähnlich wie bei der Schaltung in Fig. 34 liegt beim Kathodenfolger eine starke Gegenkopplung vor. In dem Grenzfall $\frac{R_i + R_k}{\mu R_k} \ll 1$, also für $\mathfrak{V} = 1$, ist das Verhalten der Schaltung von den Eigenschaften der Röhre völlig unabhängig.

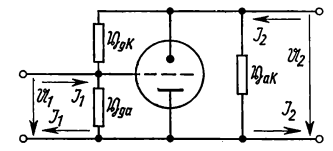


Fig. 36
Elektronenröhre in Anodenbasisschaltung

Die Leistungsverstärkung einer Kathodenfolgerstufe kann im Gegensatz zu ihrer Spannungsverstärkung sehr hoch sein. Bei einer Spannungsverstärkung

$\mathfrak{B} = 1$ ist die Leistungsverstärkung gleich dem Verhältnis der Größe des Eingangswiderstandes zur Größe des Belastungswiderstandes R_k; der Eingangswiderstand beträgt aber wie beim Kathodenbasisverstärker gewöhnlich mehrere 100 kΩ.

Für den inneren Widerstand des Anodenbasisverstärkers erhält man, wenn $\mathfrak{Y}_{gk} = 0$ und $\mathfrak{Y}_{ak} = 0$,

$$\mathfrak{R}_i = \frac{1}{S + \frac{1}{R_i}} \approx \frac{1}{S}. \tag{55}$$

Er hat bei einer Röhrensteilheit von einigen mA/V einen Wert von nur einigen hundert Ohm.

Aufgabe 1. Bei der Messung von Gleich- und Wechselspannungen wird häufig verlangt, daß das Meßgerät einen hohen Eingangswiderstand besitzt. Diese Forderung läßt sich bei Benutzung eines Röhrenvoltmeters erfüllen.

Fig. 37 zeigt eine der möglichen Schaltungen eines solchen Gerätes. Es handelt sich hier um eine Brückenschaltung. Mit Hilfe des Potentiometers R_3 wird die Schaltung so abgeglichen, daß in der Brücke zwischen den Punkten A und B zunächst kein Strom fließt.

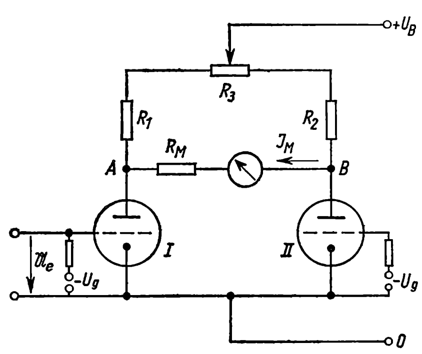


Fig. 37
Schaltung eines Röhrenvoltmeters

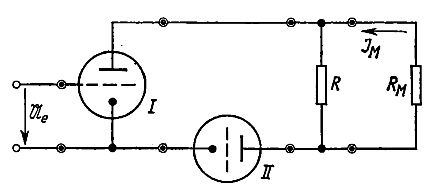


Fig. 38
Die Schaltung in Fig. 37, dargestellt durch eine Kette von Vierpolen

Dann wird die zu messende Spannung $\mathfrak{U}_e$ an das Gitter von Röhre I gelegt. Dadurch ändert sich der Strom durch Röhre I, und zwischen den Punkten A und B tritt eine Spannung auf. Eine solche symmetrisch aufgebaute Brückenschaltung hat den Vorzug, daß Schwankungen in der Stromversorgung der Röhren sich nicht störend bemerkbar machen können.

Gesucht wird der Strom $\mathfrak{J}_M$, der in der Brücke zwischen den Punkten A und B bei der Meßspannung $\mathfrak{U}_e$ fließt. Um diese Beziehung zu ermitteln, ersetzt man zweckmäßig die Schaltung in Fig. 37 durch eine Kette von Vierpolen (Fig. 38), die durch den Widerstand R_M abgeschlossen wird.

a) Man gebe die Kettenmatrix der einzelnen Vierpole an, aus denen sich die Vierpolkette nach Fig. 38 zusammensetzt. Anschließend ist die Kettenmatrix der Gesamtschaltung zu berechnen und $\mathfrak{J}_M$ in Abhängigkeit von $\mathfrak{U}_e$ zu ermitteln.

Ergebnis:

$$\mathfrak{J}_M = \frac{\mu}{2\,R_i\left(1 + \frac{R_M}{R}\right) + R_M}\,\mathfrak{U}_e.$$

b) Wie groß ist $\mathfrak{J}_M$ für den Fall, daß R_M viel kleiner als R und R_i ist?

Aufgabe 2. Die auf Seite 37 bis 44 besprochenen Verstärkergrundtypen lassen sich auf verschiedene Weise in mehrstufigen Verstärkern kombinieren. Hier soll der sogenannte Cascode-Verstärker untersucht werden, ein zweistufiger Triodenverstärker mit einer Kathodenbasisschaltung als erster und einer Gitterbasisschaltung als zweiter Stufe. Er ist als rauscharmer Vorverstärker besonders beliebt. Seine Schaltung zeigt Fig. 39. Die Widerstände R_1, R_2 und R_3 dienen lediglich zur Einstellung der Gittervorspannung von Röhre I und II. Die Kapazitäten C_1 und C_2 sollen so groß sein, daß sie für Wechselströme der vorgegebenen Frequenzen praktisch einen Kurzschluß darstellen; an der Kathode von Röhre I und dem Gitter von Röhre II liegt also das Wechselpotential Null.

In Fig. 40 ist die Schaltung von Fig. 39 als Vierpolkette dargestellt, wobei die Röhrenkapazitäten nicht berücksichtigt worden sind.

a) Man berechne die Kettenmatrix der Schaltung in Fig. 40.

b) Wie groß ist die Spannungsverstärkung des Cascode-Verstärkers?

Ergebnis:

$$\mathfrak{V} = -\frac{\mu_{\mathrm{I}}(\mu_{\mathrm{II}}+1)R_{\mathrm{a}}}{(\mu_{\mathrm{II}}+1)R_{\mathrm{i\,I}}+R_{\mathrm{i\,II}}+R_{\mathrm{a}}} \approx -S_{\mathrm{I}}R_{\mathrm{a}}.$$

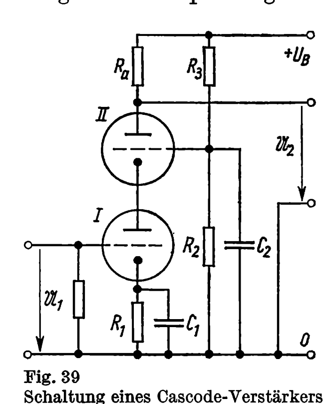


Fig. 39
Schaltung eines Cascode-Verstärkers

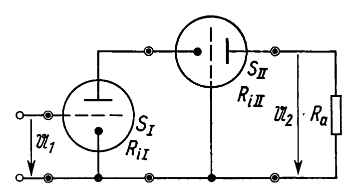


Fig. 40
Die Schaltung in Fig. 39, dargestellt durch eine Kette von Vierpolen

Aufgabe 3. In Fig. 41 ist eine Kathodenbasisverstärkerstufe dargestellt, bei der über einen Ohmschen Widerstand R_{ga} zwischen Gitter und Anode der Röhre eine Gegenkopplung erfolgt. Der Widerstand R_1 dient wieder zur automatischen Erzeugung einer negativen Gittervorspannung. Er wird für den Wechselstrom durch eine ausreichend große Kapazität C_1 überbrückt. C_2 soll die hohe Anodengleichspannung vom Gitter der Röhre fernhalten. Für den Wechselstrom der vorgegebenen Frequenz soll C_2 praktisch einen Kurzschluß bedeuten.

Fig. 42 stellt die Vierpolschaltung von Fig. 41 dar.

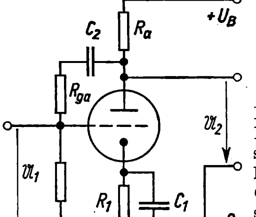


Fig. 41
Kathodenbasisverstärker mit Gegenkopplung durch Ohmschen Widerstand zwischen Gitter und Anode

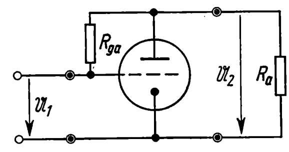


Fig. 42
Die Schaltung in Fig. 41 in Vierpoldarstellung

a) Man stelle die Leitwertsmatrix der Schaltung in Fig. 42 auf.

b) Man bestimme die Spannungsverstärkung, den inneren Widerstand und den Eingangswiderstand der Schaltung.

1.32 Operatorenrechnung

Unsere bisherigen Untersuchungen bezogen sich auf das Verhalten von linearen Vierpolen gegenüber sinusförmigen Wechselspannungen. Wir wollen uns jetzt mit dem Durchgang von Impulsen durch lineare Netzwerke beschäftigen. Bei der Behandlung von Wechselströmen führt man die auftretenden Differentialgleichungen auf algebraische Gleichungen zurück, indem man für die Wechselstromgrößen eine komplexe Darstellung wählt. Ähnliches gelingt in der Impulstechnik, wenn man für die Operation $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$, das heißt die Differentiation nach der Zeit, einen Operator — wir wollen ihn mit p bezeichnen — einführt. Die algebraischen Gleichungen, die hier entstehen, werden in geeigneter Weise umgeformt und die Operatorenausdrücke dann wieder in zeitabhängige Funktionen übersetzt. Der allgemeine mathematische Beweis für die Zulässigkeit dieser Methode, der allerdings hier nicht geführt werden soll, kann mit Hilfe der Laplace-Transformation erbracht werden.

Wir wollen zunächst untersuchen, wie sich ein lineares Netzwerk gegenüber einer elektrischen Eingangsgröße verhält, deren zeitlicher Verlauf der Stufenfunktion $E_0\sigma(t-t_0)$ folgt, das heißt, deren Wert zum Zeitpunkt $t = t_0$ von Null auf einen festen Wert E_0 springt, den sie für den Zeitraum $t \geqslant t_0$ beibehält (Fig. 43). Bei Verwendung der Operatorenrechnung sieht der hier einzuschlagende Weg folgendermaßen aus:

Es wird zunächst der Ausdruck, der die zu ermittelnde Strom- beziehungsweise Spannungsgröße mit der Eingangsgröße verbindet, aus den Impedanzen und Admittanzen des Netzwerkes in der konventionellen komplexen Darstellung, wie sie für einen sinusförmigen Wechselstrom der Kreisfrequenz ω benutzt wird, gebildet und in diesem Ausdruck die Größe $\mathrm{i}\omega$, die ja von einer Differentiation nach der Zeit herrührt, durch den Operator p ersetzt. Dann formt man den Ausdruck so um, daß der Operator p in ganz bestimmten Verknüpfungen erscheint. Die drei Verknüpfungsarten

$$\frac{p}{p+a}, \qquad \frac{a}{p+a}, \qquad \frac{ap}{(p+a)^2} \tag{56}$$

sind hierbei von besonderer Bedeutung, da es bei fast allen praktisch interessierenden Problemen möglich ist, eine Zerlegung nach diesen Operatorenausdrücken vorzunehmen. Die Operatorenausdrücke in Gl. (56), angewandt auf die Einheitsstufenfunktion, sind nun aber identisch mit bestimmten zeitabhängigen Funktionen, und zwar gilt, jeweils für $t \geqslant t_0$

Fig. 43
Die Stufenfunktion $E_0\sigma(t-t_0)$

$$\left[\frac{p}{p+a}\right]\sigma(t-t_0) \equiv \mathrm{e}^{-a(t-t_0)}, \tag{57}$$

$$\left[\frac{a}{p+a}\right]\sigma(t-t_0) \equiv 1-\mathrm{e}^{-a(t-t_0)}, \tag{58}$$

$$\left[\frac{ap}{(p+a)^2}\right]\sigma(t-t_0) \equiv a\,t\,\mathrm{e}^{-a(t-t_0)}. \tag{59}$$

Indem man diese Übersetzungen vornimmt, erhält man unmittelbar die Lösung der gestellten Aufgabe. An Hand eines Beispiels soll dieses Verfahren erläutert werden.

Die Spannung am Eingang des RC-Gliedes in Fig. 44 betrage $U = U_0 \sigma(t - t_0)$. Gesucht wird der zeitliche Verlauf der Spannung U_{R} am Ohmschen Widerstand R.

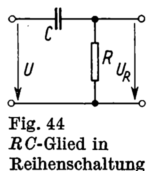


Fig. 44
RC-Glied in Reihenschaltung

Bei einer anliegenden Wechselspannung der Kreisfrequenz ω gilt

$$\mathfrak{U}_{\mathrm{R}} = \frac{R}{R + \frac{1}{\mathrm{i}\omega C}} \mathfrak{U}.$$

Ersetzen wir die Größe $\mathrm{i}\omega$ durch den Operator p und die Wechselspannung $\mathfrak{U}$ durch die Stufenfunktion $U_0 \sigma(t - t_0)$, so erhalten wir

$$U_{\mathrm{R}} = \frac{R}{R + \frac{1}{pC}} U_0 \sigma(t - t_0) = U_0 \left[\frac{p}{p + \frac{1}{RC}}\right] \sigma(t - t_0).$$

Der in der eckigen Klammer stehende Operatorenausdruck, angewandt auf die Einheitsstufenfunktion, liefert nach Gl. (57) für $t \geqslant t_0$ die zeitabhängige Funktion $\mathrm{e}^{-\frac{t-t_0}{RC}}$.

Wir bekommen somit

$$U_{\mathrm{R}} = U_0 \mathrm{e}^{-\frac{t-t_0}{RC}}. \tag{60}$$

Ein Rechteckimpuls, dessen Höhe E_0 und dessen Dauer $(t_1 - t_0)$ beträgt, läßt sich aus den beiden Stufenfunktionen $E_0 \sigma(t - t_0)$ und $-E_0 \sigma(t - t_1)$ zusammensetzen. Das zeitliche Verhalten einer elektrischen Größe unter dem Einfluß eines Rechteckimpulses, der am Eingang eines linearen Netzwerkes auftritt, findet man durch die Superposition der Erscheinungen, die jede Stufenfunktion $E_0 \sigma(t - t_0)$ und $-E_0 \sigma(t - t_1)$ einzeln hervorruft. Gibt die Funktion $F(t - t_0)$ das zeitliche Verhalten der elektrischen Größe für $t \geqslant t_0$ unter dem Einfluß der Einheitsstufenfunktion wieder, so erhält man für das Verhalten dieser Größe unter dem Einfluß des Rechteckimpulses

$$F(t) = E_0 \{F(t - t_0) - F(t - t_1)\}. \tag{61}$$

Die Funktion $F(t - t_1)$ ist hierbei natürlich nur für $t \geqslant t_1$ von Null verschieden. Wir wollen als Beispiel den Durchgang eines Rechteckimpulses der Höhe U_0 und der Länge T durch das RC-Glied in Fig. 44 untersuchen und wollen wieder den zeitlichen Verlauf der Spannung U_{R} am Ohmschen Widerstand R erfahren.

Wenn am Eingang des RC-Gliedes die Stufenfunktion $U_0 \sigma(t)$ auftritt, so bekommen wir für U_{R} nach Gl. (60)

$$U_{\mathrm{R}} = U_0 \mathrm{e}^{-\frac{}{RC}}.$$

Für das zeitliche Verhalten von U_R unter dem Einfluß eines Rechteckimpulses gilt dann nach Gl. (61)

$$U_R = U_0\, e^{-\frac{t}{RC}} \qquad \text{für } 0 \leqslant t < T; \tag{62a}$$

$$U_R = U_0\left(e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-\frac{t-T}{RC}}\right) = U_0\left(e^{-\frac{t-T}{RC}}\, e^{-\frac{T}{RC}} - e^{-\frac{t-T}{RC}}\right)$$

$$= -U_0\left(1 - e^{-\frac{T}{RC}}\right) e^{-\frac{t-T}{RC}} \qquad \text{für } t \geqslant T. \tag{62b}$$

Bei der mathematischen Behandlung des Impulsdurchgangs durch eine Schaltung, welche Ohmsche Widerstände und Kapazitäten enthält, kommen stets Ausdrücke der Form $e^{-\frac{t}{RC}}$ vor. Das Produkt RC, das die Dimension einer Zeit hat, bezeichnet man als Zeitkonstante. Die Größe der Zeitkonstanten im Verhältnis zu der Dauer des Impulses, der am Eingang des Netzwerkes erscheint, ist für die Verformung des Impulses durch die betreffende Schaltung von entscheidender Bedeutung. Dieses soll in dem obigen Beispiel gezeigt werden. Ist hier $RC \gg T$, so nimmt nach Gl. (62a) die Spannung an R während der Impulsdauer nur wenig ab, das heißt, der Kondensator C wird nur schwach aufgeladen. Bei der anschließenden Entladung von C wird nur ein kleiner negativer Impuls an R erzeugt. Der Eingangsimpuls erscheint an R in fast unveränderter Form (Fig. 45a). Ist hingegen $RC \ll T$, so bricht die Spannung an R in einer, verglichen mit der Impulsdauer, kleinen Zeitspanne zusammen, da der Kondensator C in kurzer Zeit auf den vollen Wert der Eingangsspannung aufgeladen

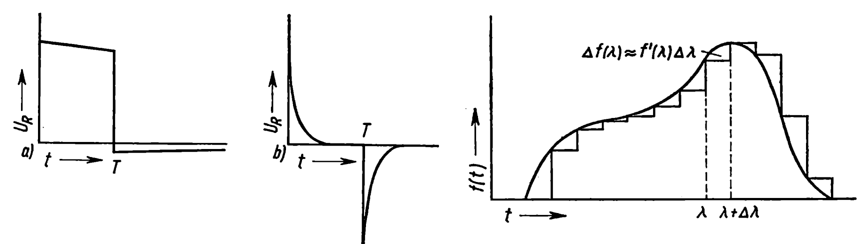


Fig. 45
Zeitlicher Verlauf der Spannung U_R am Ohmschen Widerstand eines Reihen-RC-Gliedes bei einem Rechteckeingangsimpuls der Impulsdauer T, wenn a) $RC \gg T$ und b) $RC \ll T$

Fig. 46
Die Funktion $f(t)$ angenähert durch eine Folge von Stufenfunktionen

wird. Bei der anschließenden Entladung von C entsteht an R ein kurzer negativer Impuls von der gleichen Höhe wie bei der Aufladung des Kondensators (Fig. 45b). Die Erzeugung solcher kurzen Strom- beziehungsweise Spannungsspitzen am Anfang und Ende des Rechteckimpulses bezeichnet man als „Differentiation" des Impulses.

Wir haben oben einen Rechteckimpuls aus zwei Stufenfunktionen zusammengesetzt. Es läßt sich aber auch jede andere Impulsform, welche durch die Funktion $f(t)$ beschrieben sein soll, durch eine Folge von Stufenfunktionen, die durch die zeitlichen Intervalle $\Delta\lambda$ voneinander getrennt sind, annähern (Fig. 46).

Läßt man $\Delta\lambda$ gegen Null gehen, so erhält man eine exakte Beschreibung der Funktion $f(t)$ durch die Folge der Stufenfunktionen. Für das zeitliche Verhalten einer elektrischen Größe unter dem Einfluß des beliebig geformten Impulses $f(t)$, der am Eingang eines linearen Netzwerks erscheint, bekommt man dann entsprechend Gl. (61)

$$F^*(t) = \int_{t_0}^{t} F(t-\lambda) f'(\lambda)\, \mathrm{d}\lambda. \tag{63}$$

Den Integrationsprozeß in Gl. (63) kann man umgehen, wenn es gelingt, die Eingangsfunktion $f(t)$ gemäß Gl. (57) bis (59) als eine von p abhängige Operatorenfunktion, angewandt auf die Einheitsstufenfunktion, darzustellen. Auch dieses soll an Hand eines Beispiels erläutert werden.

Die Spannung am Eingang des RC-Gliedes in Fig. 44 betrage $U = U_0(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau})$. Gesucht wird der zeitliche Verlauf der Spannung U_R am Widerstand R.

Wir gehen wieder von der Wechselstromgleichung

$$\mathfrak{U}_\mathrm{R} = \frac{R}{R + \dfrac{1}{\mathrm{i}\omega C}}\, \mathfrak{U}$$

aus. Indem wir $\mathrm{i}\omega$ durch den Operator p und die Wechselspannung $\mathfrak{U}$ durch die Eingangsspannung $U_0(1-\mathrm{e}^{-t/\tau})$ ersetzen, erhalten wir

$$U_\mathrm{R} = \frac{R}{R + \dfrac{1}{pC}}\, U_0 \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right). \tag{64}$$

Nach Gl. (58) gilt nun

$$1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \equiv \frac{\dfrac{1}{\tau}}{p + \dfrac{1}{\tau}}\, \sigma(t).$$

Benutzt man diese Identität, so lautet Gl. (64)

$$U_\mathrm{R} = U_0 \frac{R}{R + \dfrac{1}{pC}} \frac{\dfrac{1}{\tau}}{p + \dfrac{1}{\tau}}\, \sigma(t) = U_0 p \frac{\dfrac{1}{\tau}}{\left(p + \dfrac{1}{RC}\right)\left(p + \dfrac{1}{\tau}\right)}\, \sigma(t).$$

Mit Hilfe einer Partialbruchzerlegung gewinnt man hieraus den Ausdruck

$$\begin{aligned} U_\mathrm{R} &= U_0 p \left\{ \frac{\dfrac{1}{\tau}}{-\dfrac{1}{RC} + \dfrac{1}{\tau}} \frac{1}{p + \dfrac{1}{RC}} + \frac{\dfrac{1}{\tau}}{-\dfrac{1}{\tau} + \dfrac{1}{RC}} \frac{1}{p + \dfrac{1}{\tau}} \right\} \sigma(t) \\ &= U_0 \frac{RC}{RC - \tau} \left\{ \frac{p}{p + \dfrac{1}{RC}}\, \sigma(t) - \frac{p}{p + \dfrac{1}{\tau}}\, \sigma(t) \right\}. \end{aligned}$$

Ersetzt man jetzt wieder die Operatorenausdrücke durch zeitabhängige Funktionen, so erhält man schließlich

$$U_R = U_0 \frac{RC}{RC - \tau} \left\{ e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-\frac{t}{\tau}} \right\}. \tag{65}$$

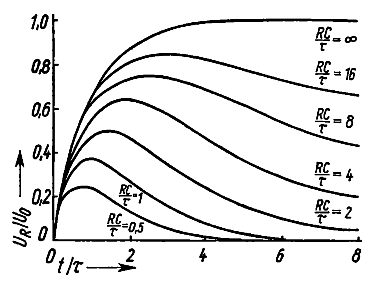


Fig. 47
Zeitlicher Spannungsverlauf am Ohmschen Widerstand eines Reihen-RC-Gliedes bei einem Eingangsimpuls der Form $U_0(1-e^{-t/\tau})$ für verschiedene Werte von RC/τ

In Fig. 47 ist der zeitliche Verlauf von U_R für verschiedene Werte von RC/τ aufgetragen. Als Zeiteinheit ist hierbei die Zeitkonstante τ des Eingangssignals gewählt. Man beachte die Abnahme der Impulshöhe mit kleiner werdendem RC/τ. Eine weitere wichtige Schaltkombination ist ein RC-Glied in Parallelschaltung (Fig. 48). Während das oben besprochene RC-Glied in Reihenschaltung für die Übertragung von Spannungsimpulsen besonders interessiert, ist ein Parallel-RC-Glied für die Umwandlung eines Stromimpulses in einen Spannungsimpuls von Bedeutung. Wir wollen im Beispiel untersuchen, welcher Spannungsimpuls U an einem Ohmschen Widerstand und einer Kapazität in Parallelschaltung von einem rechteckigen Stromimpuls der Höhe I_0 und der Länge T erzeugt wird.

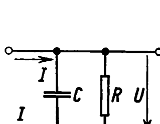


Fig. 48
RC-Glied in Parallelschaltung

Hat der Stromimpuls die Form der Stufenfunktion $I_0\sigma(t)$, so erhalten wir für den zeitlichen Verlauf der Spannung

$$U = \frac{1}{pC + \frac{1}{R}} I_0 \sigma(t) = I_0 R \frac{\frac{1}{RC}}{p + \frac{1}{RC}} \sigma(t) \equiv I_0 R \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right).$$

Ein rechteckiger Stromimpuls erzeugt (vgl. Gl. (61)) die Spannung

$$U = I_0 R \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad \text{für } 0 \leqslant t < T; \tag{66a}$$

$$U = I_0 R \left\{ \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) - \left(1 - e^{-\frac{t-T}{RC}}\right) \right\} = I_0 R \left(e^{-\frac{t-T}{RC}} - e^{-\frac{t-T}{RC}} e^{-\frac{T}{RC}} \right)$$

$$= I_0 R \left(1 - e^{-\frac{T}{RC}}\right) e^{-\frac{t-T}{RC}} \quad \text{für } t \geqslant T. \tag{66b}$$

Dieses Mal wird für den Fall, daß $RC \ll T$, der eingehende Rechteckimpuls fast unverzerrt übertragen (Fig. 49a). Ist hingegen $RC \gg T$, so wird der Kondensator C während der Dauer des Impulses nur wenig aufgeladen. Der Spannungsimpuls, den man bekommt, hat jetzt eine Form wie in Fig. 49b. Für Gl. (66a) erhält man, wenn $RC \gg T$,

$$U \approx I_0 R \left\{ 1 - \left(1 - \frac{t}{RC}\right) \right\} = \frac{1}{C} I_0 t = \frac{1}{C} \int_0^t I \, dt. \tag{67}$$

Man sagt, der Eingangsstrom wird durch die Schaltung „integriert".

Eine Größe, für die man sich häufig interessiert, ist die Anstiegszeit (englisch „rise time") eines Impulses. Ist E_0 der Maximalwert des Impulses, so versteht man unter der Anstiegszeit die Dauer des Impulsanstiegs von 0,1 E_0 bis 0,9 E_0. Die Anstiegszeit des Spannungsimpulses, der von einem Rechteck-Stromimpuls an einem Parallel-RC-Glied (Fig. 48) erzeugt wird, beträgt für $RC \ll T$ etwa 2,2 RC.

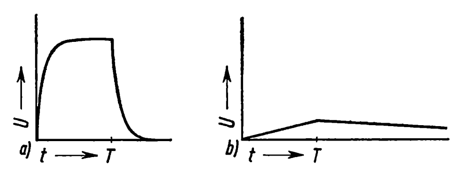


Fig. 49
Zeitlicher Spannungsverlauf an einem Parallel-RC-Glied bei einem rechteckigen Eingangsstromimpuls der Impulsdauer T, wenn a) $RC \ll T$ und b) $RC \gg T$

Aufgabe 4. Bei der Verstärkung von Impulsen mit einem Röhrenverstärker werden Höhe und Form der Impulse durch die Eingangskapazität des Verstärkers beeinflußt. Erfolgt die Impulsübertragung über ein Reihen-RC-Glied, so erhält man am Eingang des Verstärkers die in Fig. 50 dargestellte Schaltung. C_e ist hierbei die Eingangskapazität des Verstärkers. Die Spannung am Eingang des Netzwerks betrage $U = U_0 \sigma(t - t_0)$. Man berechne den zeitlichen Verlauf der Spannung am Ohmschen Widerstand R.

Ergebnis:

$$U_R = \frac{C}{C + C_e} U_0 \, e^{-\frac{t - t_0}{R(C + C_e)}}.$$

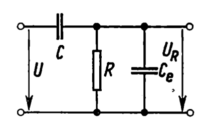


Fig. 50
Reihen-RC-Glied mit Parallelkapazität

Aufgabe 5. In Kippschaltungen soll häufig zur Einleitung des Kippvorgangs ein Spannungssprung zunächst in voller Stärke auf ein Schaltelement übertragen werden, an welchem in einem nachfolgenden Zeitintervall nur ein Bruchteil der zugeführten Spannung liegen soll. Dieses erreicht man durch die in Fig. 51 dargestellte Schaltkombination.

Die Spannung am Eingang des Netzwerks betrage $U = U_0 \sigma(t - t_0)$. Man berechne den zeitlichen Verlauf der Spannung am Widerstand R_2.

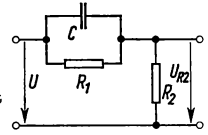


Fig. 51
Reihen-RC-Glied mit Parallelwiderstand

Ergebnis:

$$U_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0 \left(1 + \frac{R_1}{R_2} e^{-\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C}(t - t_0)}\right).$$

Aufgabe 6. Am Eingang des in Fig. 52 dargestellten RL-Gliedes erscheine ein rechteckiger Spannungsimpuls der Höhe U_0 und der Länge T.

a) Man berechne den zeitlichen Verlauf der Spannung U_R am Ohmschen Widerstand R.

b) Man bestimme die Form des Ausgangsimpulses für den Fall, daß die Zeitkonstante $\frac{L}{R} \ll T$, und für den Fall, daß $\frac{L}{R} \gg T$.

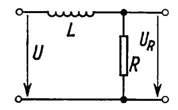


Fig. 52
RL-Glied in Reihenschaltung

Aufgabe 7. Wie wir auf Seite 48 gesehen haben, treten beim Durchgang eines Rechteck-Spannungsimpulses durch ein RC-Glied an R schmale Differentiationsspitzen auf, wenn die Zeitkonstante RC viel kleiner ist als die Impulsdauer T (vgl. Fig. 45b). Gelegentlich will man solche Impulse dahingehend abändern, daß bei einer unverändert kleinen Impulsbreite der Abfall des Impulses zunächst verzögert, dann aber um so steiler erfolgt. Dieses gelingt, wenn man zur Kapazität C und zum Ohmschen Widerstand R eine Induktivität L in Serie schaltet und die über R und L erscheinende Spannung U_{RL} abgreift (Fig. 53).

a) Man berechne den zeitlichen Verlauf der Spannung U_{RL}, wenn am Eingang der Schaltung die Stufenfunktion $U_0 \sigma(t)$ auftritt, und zwar für den Fall, daß $L = \frac{1}{4} R^2 C$.

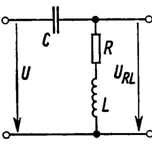


Fig. 53
RCL-Glied in Reihenschaltung

Ergebnis:

$$U_{\mathrm{RL}} = \left(1 + \frac{2t}{RC}\right) U_0 \, \mathrm{e}^{-\frac{2t}{RC}} .$$

b) Man trage die Spannung U_{RL} in Abhängigkeit von t/RC auf und vergleiche die Kurve mit der Exponentialfunktion $U_0 \, \mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$.

Aufgabe 8. Am Eingang der in Fig. 54 dargestellten Verstärkerschaltung erscheine ein Rechteckspannungsimpuls der Höhe U_0 und der Länge T. Gl. (44) gibt die Leitwertsmatrix dieser Schaltung an. Für $\Re_{\mathrm{K}}$ gilt hier

$$\Re_{\mathrm{K}} = \frac{1}{\frac{1}{R_{\mathrm{K}}} + \mathrm{i}\omega C_{\mathrm{K}}} .$$

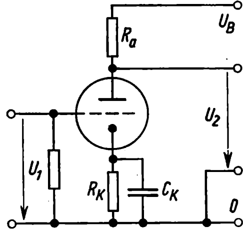


Fig. 54
Verstärkerschaltung mit Parallel-RC-Glied in der Kathodenzuleitung

a) Man ermittle die Form des Ausgangsimpulses.

Ergebnis:

$$U_2 = -\left\{\frac{\mu R_{\mathrm{a}}}{R_{\mathrm{i}} + R_{\mathrm{a}} + (\mu+1) R_{\mathrm{K}}} \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right) + \frac{\mu R_{\mathrm{a}}}{R_{\mathrm{i}} + R_{\mathrm{a}}} \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right\} U_0 \qquad \text{für } 0 \leqslant t < T,$$

wobei

$$\tau = \frac{1 + (\mu + 1) \frac{R_{\mathrm{K}}}{R_{\mathrm{i}} + R_{\mathrm{a}}}}{R_{\mathrm{K}} C_{\mathrm{K}}} ;$$

$$U_2 = \left\{\frac{\mu R_{\mathrm{a}}}{R_{\mathrm{i}} + R_{\mathrm{a}}} - \frac{\mu R_{\mathrm{a}}}{R_{\mathrm{i}} + R_{\mathrm{a}} + (\mu+1) R_{\mathrm{K}}}\right\} \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{T}{\tau}}\right) \mathrm{e}^{-\frac{t-T}{\tau}} \, U_0 \qquad \text{für } t \geqslant T.$$

b) Wie ist der Verlauf von U_2 für den Fall, daß $R_{\mathrm{K}} C_{\mathrm{K}} \gg T$ und für den Fall, daß $R_{\mathrm{K}} C_{\mathrm{K}} \ll T$?

Versuch 10 Verzerrung von Rechteckimpulsen durch eine Verstärkerstufe

Es sollen im Experiment die Verzerrungen von Rechteckimpulsen beim Durchgang durch eine Pentodenverstärkerstufe unter dem Einfluß von *RC*-Gliedern, die sich an verschiedenen Stellen der Schaltung befinden, untersucht werden.

Das Schaltbild der Verstärkerstufe zeigt Fig. 55. Es handelt sich um einen Kathodenbasisverstärker, bei dem die negative Gittervorspannung automatisch am Kathodenwiderstand erzeugt wird. Der Widerstand von 330 Ω in der Gitterzuleitung verhindert das Auftreten von wilden Schwingungen. Außerdem wird ein Rechteckimpulsgenerator benötigt, der die positiven Eingangsimpulse liefert, und ein Oszillograph, mit dem die Ausgangsimpulse beobachtet werden, die zwischen der Anode und dem Nullpotential abgegriffen werden. Bei einer Höhe der Eingangsimpulse von 5 V beträgt die Höhe der Ausgangsimpulse etwa 65 V. Die Zeitkonstanten der *RC*-Glieder am Eingang des Verstärkers sowie an der Anode, Kathode und dem Schirmgitter der Verstärkerröhre werden variiert durch Abänderung der Kapazitäten C_1, C_2, C_3 und C_4. Um die gesuchten Effekte gut beobachten zu können, wird man bei einer Dauer der Eingangsimpulse von 1 ms zweckmäßig etwa folgende Kapazitäten verwenden:

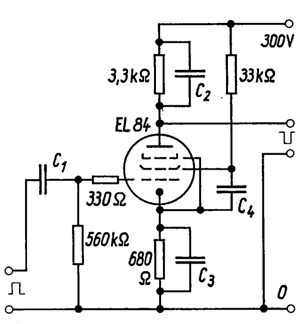


Fig. 55
Pentodenverstärkerstufe mit einem Reihen-*RC*-Glied am Eingang und Parallel-*RC*-Gliedern in der Anoden-, Kathoden- und Schirmgitterzuleitung

	C_1	C_2	C_3	C_4
Position 1	1 μF	0	500 μF	4 μF
Position 2	4,7 nF	10 nF	10 μF	47 nF
Position 3	850 pF	4,7 nF	2 μF	15 nF
Position 4	250 pF	0,1 μF	0,33 μF	3,3 nF
Position 5	50 pF	0,47 μF	0	0

Ausgehend von Position 1, bei der eine unverzerrte Impulsübertragung stattfindet, sind die Kapazitäten jeweils einzeln abzuändern und die entsprechenden Impulsverzerrungen zu deuten.

Die hier bei der verhältnismäßig großen Impulslänge von 1 ms demonstrierten Impulsverzerrungen treten bei sehr kurzen Impulsen oft unerwünscht auf, bedingt durch die Röhren- und Schaltkapazitäten.

1.33 Kippschaltungen

Neben den linearen Netzwerken, mit denen wir uns bis jetzt beschäftigt haben, kommen in elektronischen Geräten, die zur Verstärkung und zur Registrierung von Impulsen dienen, Schaltelemente und Schaltungen vor, die sich in bezug auf Strom und Spannung keineswegs linear verhalten. Das gilt zum Beispiel für die verschiedenen Dioden- und Kippschaltungen. In derartigen nichtlinearen Netz-

werken werden gewöhnlich einzelne Schaltelemente sprunghaft vom stromleitenden in den gesperrten Zustand übergeführt und umgekehrt. Solche Schaltelemente kann man sich deshalb in guter Näherung durch Schalter ersetzt denken. Man wird hier jedoch im allgemeinen nicht mit einem idealen Schalter rechnen dürfen, das heißt mit einem Schalter, der im offenen Zustand einen unendlich hohen Widerstand und im geschlossenen Zustand einen unendlich hohen Leitwert besitzt. Bei einer Halbleiterdiode zum Beispiel, deren Strom-Spannungskennlinie wir durch die in Fig. 56 gezeigte Darstellung annähern wollen, hat sowohl der Widerstand R_{Sp} in Sperrichtung wie auch der Widerstand R_{Fl} in Flußrichtung einen endlichen Wert, wenn auch R_{Sp} viel größer ist als R_{Fl}. Bei einer Hochvakuumdiode kann der Sperrwiderstand R_{Sp} praktisch als unendlich groß angenommen werden. Jeder Schalter besitzt außerdem eine bestimmte Eigenkapazität C_S. Wir erhalten so für einen Schalter das Ersatzschaltbild in Fig. 57. S ist hierbei ein idealer Schalter.

Für R_S gilt:

$$R_S = \frac{R_{Sp} \cdot R_{Fl}}{R_{Sp} - R_{Fl}}. \tag{68}$$

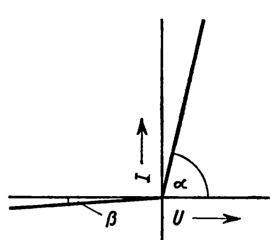


Fig. 56
Strom-Spannungskennlinie einer Halbleiter-Diode (schematische Darstellung). Der Widerstand R_{Sp} der Diode in Sperrichtung ist proportional cot β; der Widerstand R_{Fl} in Flußrichtung ist proportional cot α

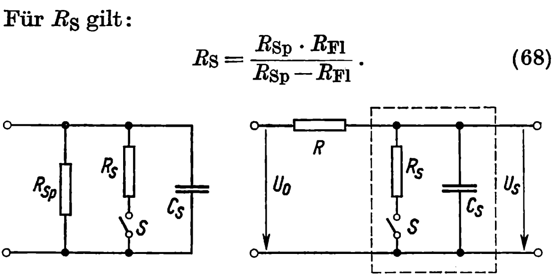


Fig. 57
Ersatzschaltbild für einen Schalter

Fig. 58
Ohmscher Widerstand in Reihe mit einem Schalter

Die Spannungsänderungen, die in einem linearen Netzwerk bei Betätigung eines Schalters auftreten, wollen wir an einem einfachen Beispiel untersuchen.

Am Eingang der in Fig. 58 dargestellten Schaltung, die aus einem Ohmschen Widerstand R in Serie mit einem Schalter besteht, liege eine Spannungsquelle, die die zeitlich konstante Spannung U_0 liefert. Für den Schalter benutzen wir das Ersatzschaltbild in Fig. 57, setzen hierbei allerdings voraus, daß der Sperrwiderstand R_{Sp} unendlich groß ist. R_S ist dann gleich dem Widerstand R_{Fl} in Flußrichtung. Der innere Widerstand der Spannungsquelle sei Null oder sei gegebenenfalls im Widerstand R enthalten. Gesucht wird der zeitliche Verlauf der Spannung U_S am Schalter, wenn der Schalter zum Zeitpunkt $t = t_1$ geschlossen und zum Zeitpunkt $t = t_2$ wieder geöffnet wird.

War der Schalter S während einer genügend langen Zeitspanne geöffnet, so daß nichtstationäre Verhältnisse, die von einem vorhergehenden Schaltvorgang herrühren können, nicht vorliegen, so ist $U_S = U_0$. Wird der Schalter S zum Zeitpunkt $t = t_1$ geschlossen, so lädt sich der Kondensator C_S auf die Spannung $\frac{R_S}{R_S + R} U_0$ um. Die Umladung geschieht mit der Zeitkonstanten

$$T_1 = \frac{R_S \cdot R}{R_S + R} C_S. \tag{69}$$

Da der innere Widerstand der Spannungsquelle Null ist, erfolgt die Entladung des Kondensators über einen Widerstand, der aus der Parallelschaltung von R_S und R resultiert. Nach einer Zeitspanne, die genügend groß ist gegenüber der Zeitkonstanten T_1, erreicht U_S also den Wert

$$U' = \frac{R_S}{R + R_S} U_0 . \tag{70}$$

Wird zum Zeitpunkt $t = t_2$ der Schalter S wieder geöffnet, so steigt die Spannung an C_S wieder auf den Wert U_0. Dieses geschieht mit der Zeitkonstanten

$$T_2 = R C_S . \tag{71}$$

In Fig. 59 ist der zeitliche Verlauf von U_S graphisch dargestellt.

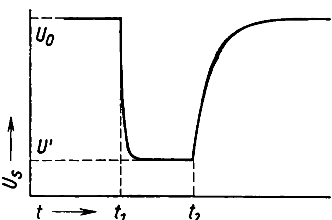


Fig. 59
Zeitlicher Spannungsverlauf an dem Schalter in Fig. 58, wenn er zum Zeitpunkt $t = t_1$ geschlossen und zum Zeitpunkt $t = t_2$ geöffnet wird

Die Zeitkonstante des Schaltvorgangs ist beim Öffnen des Schalters stets größer als beim Schließen des Schalters. Dieser Unterschied ist um so ausgeprägter, je kleiner der innere Widerstand R_S des Schalters im Vergleich zum äußeren Widerstand R der Schaltung ist. Durch die Zeitkonstante des Schaltvorgangs ist die maximale Schaltfrequenz festgelegt.

Im folgenden soll das Verhalten verschiedener Kippschaltungen näher untersucht werden, wobei Elektronenröhren als „Schalter" zugrunde gelegt werden. Ganz analog lassen sich diese Schaltungen aber auch mit Transistoren aufbauen, die gerade hier heute in zunehmendem Maße verwendet werden. Ein Transistor ist insofern ein besserer Schalter als eine Elektronenröhre, als er unter geeigneten Betriebsbedingungen in Durchlaßrichtung nur den kleinen Widerstand von einigen Ohm besitzt, während dieser Widerstand bei Elektronenröhren in der Größenordnung von einigen Kiloohm liegt. Auf diese Weise läßt sich die Verlustleistung eines Transistors sehr klein halten. Ein weiterer Vorteil der Transistoren ist der, daß keine Heizleistung benötigt wird. Selbst bei umfangreichen elektronischen Geräten und gedrängter Bauweise, welche bei Verwendung von Transistoren wegen ihrer Kleinheit möglich ist, ist hier gewöhnlich keine forcierte Kühlung erforderlich. Schließlich besitzen Transistoren eine längere Lebensdauer als Elektronenröhren. Dieses wirkt sich wieder gerade bei umfangreicheren und komplizierteren elektronischen Geräten besonders günstig aus, da hierdurch für ihre Wartung wesentlich weniger Zeit beansprucht wird.

In Fig. 60 ist das Schaltbild eines Univibrators oder — wie man auch sagt — monostabilen Multivibrators dargestellt. Eine derartige Kippschaltung wird häufig dazu benutzt, Impulse unterschiedlicher Höhe und Form in gleich große und gleich geformte Impulse umzuwandeln. Seine Wirkungsweise ist folgende: Im stabilen Zustand ist Röhre I gesperrt, während Röhre II Strom führt. Wird die Sperrung von Röhre I nur für einen kurzen Augenblick aufgehoben, so wird die Schaltung kippfähig. Ein Strom durch den Anodenwiderstand R_{a1} erzeugt nämlich einen Spannungsabfall an der Anode von Röhre I, der über C_1 auf das Gitter von Röhre II übertragen wird. Auf diese Weise wird der Anodenstrom der Röhre II erniedrigt und ihre Anodenspannung entsprechend erhöht, wodurch wiederum über C_2 die Gitterspannung von Röhre I

heraufgesetzt wird und der Anodenstrom der Röhre I weiter ansteigt. Schließlich ist Röhre II gesperrt und Röhre I geöffnet. Der Spannungsabfall an R_{g2}, der durch den Umladestrom zum Kondensator C_1 hervorgerufen wird und das Gitter von Röhre II negativ aufgeladen hat, nimmt nun allmählich wieder ab, und zu einem bestimmten Zeitpunkt, der im wesentlichen von der Zeitkonstanten $R_{g2}C_1$ abhängt[1]), setzt der Anodenstrom durch Röhre II erneut ein. In diesem Augenblick findet ein Zurückkippen in den Ausgangszustand der Schaltung statt. Wenn Röhre I und Röhre II in den stromleitenden Zustand überführt werden, wird das Steuergitter der betreffenden Röhre so weit in positiver Richtung ausgesteuert, daß Gitterstrom fließt. Der Gitterstrom spielt eine wichtige Rolle bei den Einschaltvorgängen und trägt zur Begrenzung des Anodenstroms bei, indem er am Gitterwiderstand automatisch eine negative Vorspannung erzeugt. Der Kondensator C_2, der in der Schaltung grundsätzlich nicht erforderlich ist, soll bewirken, daß der an R_{a2} beim Kippen entstehende Spannungssprung unmittelbar in voller Stärke auf das Gitter von Röhre I übertragen und nicht erst durch R und R_{g1} eine Spannungsteilung vorgenommen wird (vgl. Aufgabe 5). Die Steuerung des Univibrators erfolgt in der Schaltung der Fig. 60 durch negative Impulse an der Anode von Röhre I, die über eine Diode zugeführt werden. Wenn Röhre I gesperrt ist, liegt an der Diode D keinerlei Spannung. Erst ein negativer Steuerimpuls öffnet die Diode, so daß durch R_{a1} ein Strom fließt, wodurch bei ausreichender Höhe des Impulses der Kippvorgang nach dem oben beschriebenen Mechanismus ausgelöst wird. Der starke Spannungsabfall, der beim Kippen an der Anode von Röhre I auftritt, sperrt sofort wieder die Diode. Auf diese Weise findet keine weitere Rückwirkung des Multivibrators auf die Signalquelle statt. Als Ausgangsimpuls werden entweder die positiven Rechteckimpulse an der Anode von Röhre II oder die negativen Rechteckimpulse an der Anode von Röhre I benutzt.

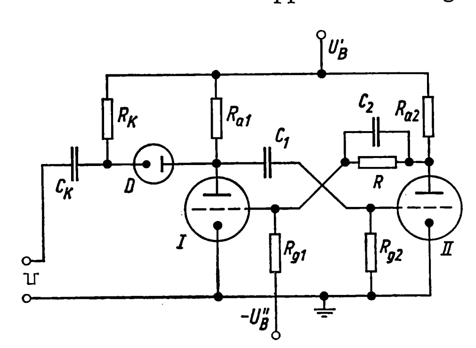


Fig. 60 Schaltbild eines Univibrators

Damit Röhre I im stabilen Zustand keinen Strom führt, muß die Steuerspannung der Röhre I

$$U_{St1} = U_{g1} + DU_{a1} \tag{72}$$

einen negativen Wert haben. D ist hierbei der Durchgriff der Röhre. Die Anodenspannung U_{a1} von Röhre I ist in diesem Fall gleich U'_B. Für die Gitterspannung

---

[1]) Die Entladung des Kondensators C_1 erfolgt über den Widerstand R_{g2} in Reihe mit dem Widerstand R_{a1} und Röhre I. Die Zeitkonstante für die Umladung von C_1 beträgt also $\left(R_{g2} + \frac{R_{a1} \cdot R_{ak1}}{R_{a1} + R_{ak1}}\right)C_1$, wenn R_{ak1} der Widerstand der Anoden-Kathoden-Strecke von Röhre I ist. R_{g2} wählt man aber im allgemeinen groß gegenüber R_{a1} und R_{ak1}, so daß die Zeitkonstante angenähert den Wert $R_{g2}C_1$ hat.

U_{g1} findet man

$$U_{g1} = -U''_B + \frac{R_{g1}}{R_{g1} + R}(U_{a2} + U''_B). \tag{73}$$

Für die Anodenspannung U_{a2} von Röhre II gilt angenähert

$$U_{a2} \approx \frac{R_{ak2}}{R_{ak2} + R_{a2}} U'_B, \tag{74}$$

wobei R_{ak2} der Widerstand der Anoden-Kathodenstrecke der geöffneten Röhre ist. Aus Gl. (72), (73) und (74) folgt, daß U''_B so groß gewählt werden muß, daß

$$U''_B > \frac{R_{g1}}{R_{g1} + R}\left(\frac{R_{ak2}}{R_{ak2} + R_{a2}} U'_B + U''_B\right) + DU'_B. \tag{75}$$

Versuch 11 Univibrator

Im Experiment soll der Spannungsverlauf an Anode und Gitter von Röhre I und II verfolgt werden, wenn der Univibrator in der oben beschriebenen Weise „getriggert" wird. Die Schaltelemente und Batteriespannungen im Schaltbild der Fig. 60 werden wie folgt gewählt:

Röhre I + Röhre II	Doppeltriode ECC 81	C_1	250 pF (350 V)
Diode D	Hf-Gleichrichterröhre EB 91	C_2	25 pF (350 V)
R_{a1}, R_{a2}	10 kΩ (2 W)	C_k	0,1 μF (250 V)
R_{g1}, R_{g2}	200 kΩ (1/4 W)	U'_B	300 V
R	250 kΩ (1/4 W)	$-U''_B$	− 200 V
R_k	56 kΩ (1/4 W)		

Die Heizspannung (6,3 V) für die Doppeltriode und die Hochvakuumdiode kann derselben auf Erdpotential liegenden Spannungsquelle entnommen werden, da bei der Hochvakuumdiode EB 91 die elektrische Spannung zwischen Kathode und Heizfaden bei positiv geladener Kathode bis 330 V betragen darf. Ferner wird ein Impulsgenerator benötigt, der negative Impulse von einigen Mikrosekunden Länge und einem Impulsabstand von etwa einer Millisekunde liefert, und ein Oszillograph, mit dem die an Anode und Gitter von Röhre I und II auftretenden Spannungsimpulse beobachtet werden können. Die negativen Spannungsspitzen an der Anode von Röhre I und II beim Öffnen der betreffenden Röhre rühren von der beim Kippen zunächst bis stark ins Positive erfolgten Aussteuerung des Gitters her, die aber dank des dann vorhandenen kleinen Widerstands der Gitter-Kathodenstrecke mit kleiner Zeitkonstanten abklingen. Diese Zeitkonstante hat angenähert den Wert $\frac{R_{a2} \cdot R}{R_{a2} + R} C_2$ beziehungsweise $R_{a1} C_1$. Sie ist also bei der oben angegebenen Dimensionierung viel kleiner als die Zeitkonstante $R_{g2} C_1$, die die Dauer der Ausgangsimpulse bestimmt.

Es ist nachzuweisen, daß Form und Höhe der Ausgangsimpulse des Univibrators innerhalb bestimmter Grenzen von der Höhe und Dauer der Eingangsimpulse unabhängig sind.

Man vergrößere den Wert von C_1 auf 500 pF und vergleiche die Dauer der Ausgangsimpulse mit der Zeitkonstanten $R_{g2}C_1$.

Ändert man die Univibratorschaltung in Fig. 60 dahingehend ab, daß man die kapazitive Kopplung zwischen der Anode von Röhre I und dem Gitter von Röhre II durch eine galvanische ersetzt entsprechend der Kopplung zwischen der Anode von Röhre II und dem Gitter von Röhre I, und verbindet man außerdem auch das Gitter von Röhre II mit der negativen Batteriespannung — U_B'', so erhält man (s. Fig. 61) eine völlig symmetrisch aufgebaute Kippschaltung, bei der sowohl bei gesperrter Röhre I und geöffneter Röhre II wie auch bei gesperrter Röhre II und geöffneter Röhre I ein stabiler Zustand vorliegt. Diese Schaltung, die also im Gegensatz zum Univibrator zwei stabile Zustände besitzt, bezeichnet man gewöhnlich als **bistabilen Multivibrator** oder als **Flip-Flop-Schaltung**.

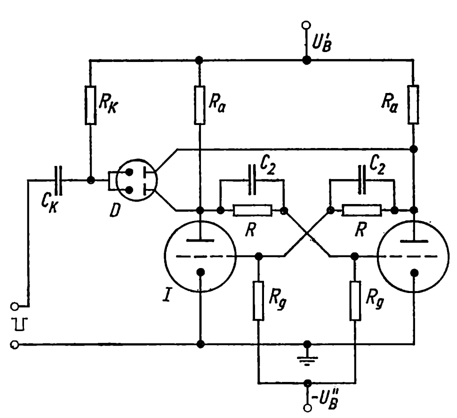


Fig. 61 Flip-Flop-Schaltung

Ein negativer Steuerimpuls, der, wie in Fig. 61 dargestellt, über eine Duodiode dem bistabilen Multivibrator zugeführt wird, bewirkt, falls er genügend hoch ist, eine Sperre der vorher geöffneten Röhre und ein Öffnen der vorher gesperrten Röhre. Im Unterschied zum Univibrator, bei dem nach einem festen Zeitintervall ein selbständiges Zurückkippen in den Ausgangszustand erfolgt, bleibt hier der neue Zustand bestehen, bis ein weiterer Steuerimpuls am Eingang der Schaltung erscheint. Erst dann wird der alte Zustand wieder erreicht. Nur jeder zweite Steuerimpuls ergibt demnach zum Beispiel an der Anode von Röhre II einen positiven Ausgangsimpuls. Die Zahl der Eingangsimpulse wird um den Faktor 2 „untersetzt“.

Versuch 12 Bistabiler Multivibrator

Um die Wirkungsweise des bistabilen Multivibrators im Experiment zu untersuchen, ist die Schaltung des in Versuch 11 verwendeten Univibrators in der oben angegebenen Weise in eine Flip-Flop-Schaltung umzuändern (vgl. Fig. 61). Wird beim Univibrator die Gleichrichterröhre EB 91 benutzt, eine Duodiode, so läßt sich diese auch zur Steuerung der Flip-Flop-Schaltung nach Änderung der Anodenanschlüsse verwenden.

Man erzeuge am Eingang der Flip-Flop-Schaltung mit einem Impulsgenerator negative Impulse von etwa 5 V Höhe und 10 μs Dauer, deren zeitlicher Abstand von 20 bis auf 100 μs zu vergrößern ist. Mit Hilfe eines Oszillographen soll der jeweilige zeitliche Abstand der Ausgangsimpulse an der Anode von Röhre II bestimmt werden.

In Fig. 62 ist das Schaltbild des sogenannten Schmitt-Triggers dargestellt, der als Impulshöhendiskriminator von Bedeutung ist. Die Kopplung zwischen der Anode von Röhre I und dem Gitter von Röhre II erfolgt über ein Parallel-RC-Glied, wie es auch bei der Univibratorschaltung in Fig. 60 und bei der Flip-Flop-Schaltung in Fig. 61 benutzt wird. Die Rückkopplung von Röhre II nach Röhre I geschieht jedoch durch den gemeinsamen Kathodenwiderstand R_k beider Röhren. Diese letztere Rückkopplungsart bedingt das besondere Verhalten des Schmitt-Triggers. Seine Wirkungsweise ist folgende: Die Einstellung der Schaltung ist so, daß im Ruhezustand Röhre I gesperrt und Röhre II geöffnet ist. Wird die Sperrung von Röhre I durch einen positiven Steuerimpuls am Gitter von Röhre I aufgehoben, so bewirkt der Anodenstrom I_{a1} durch R_{a1} einen Spannungsabfall an der Anode von Röhre I. Dieser wird über den Kondensator C_1 auf das Gitter von Röhre II übertragen und verursacht ein Absinken des Anodenstroms I_{a2} durch Röhre II. Über den Widerstand R_k erfolgt die Rückkopplung zur Röhre I. Es findet aber nur dann ein Kippen statt, wenn die Abnahme von I_{a2} größer ist als die Zunahme von I_{a1}, da nur in diesem Fall die durch den Strom $(I_{a1} + I_{a2})$ an R_k erzeugte Gegenspannung abnimmt und so ein weiteres Anwachsen von I_{a1} erfolgt. Zu diesem Zweck muß die Spannungsverstärkung von Röhre I genügend groß sein. Dieses bedeutet wiederum, daß der Steuerimpuls eine solche Höhe haben muß, daß die I_a-U_g-Kennlinie von Röhre I bis zu ausreichend hohen Steilheitswerten ausgesteuert wird. Es genügt hier zum Kippen also nicht, daß Röhre I lediglich Strom zu führen beginnt, was zur Einleitung des Kippvorgangs in den in Versuch 11 und 12 benutzten Schaltungen ausreicht. Nach dem Kippen ist Röhre II gesperrt. Für Röhre I ist infolge der Gegenkopplung durch R_k der Kippvorgang aber nicht so durchgreifend gewesen, daß das Gitter seine Steuerfähigkeit verloren hätte. Der Anodenstrom durch Röhre I folgt vielmehr weiter der Steuerspannung, und durch den Abfall der Steuerspannung gegen Ende des Triggerimpulses wird schließlich auch das Zurückkippen des Schmitt-Triggers in den Ausgangszustand bewirkt. Das Zurückkippen geschieht nun nicht genau bei der gleichen Steuergitterspannung, bei der das erste Kippen auf der ansteigenden Flanke des Impulses erfolgte, sondern bei einer etwas niedrigeren Spannung. Diese als Hysterese bezeichnete Erscheinung rührt daher, daß im quasistabilen Zustand nach dem ersten Kippen der Strom durch Röhre I nicht so groß ist wie vorher der Strom durch Röhre II. Die Gegenspannung an R_k ist infolgedessen jetzt niedriger, und damit wird auch die Steuergitterspannung an Röhre I, die den quasistabilen Zustand gerade noch aufrecht erhält, kleiner sein als die Steuergitterspannung, die das erste Kippen auslöst. Als Ausgangsimpuls werden die positiven Rechteckimpulse an der Anode von Röhre II verwendet. Sie haben alle die gleiche Höhe, während ihre Dauer von der Form der Eingangsimpulse abhängt.

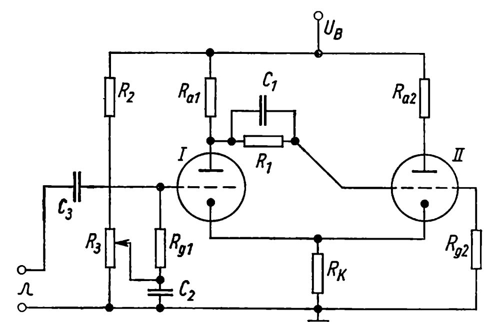


Fig. 62 Schaltbild eines Schmitt-Triggers

Wie wir gesehen haben, müssen die Eingangsimpulse eine Mindesthöhe haben, um ein Kippen des Schmitt-Triggers zu bewirken. Hierauf beruht seine besondere Eignung als Impulshöhendiskriminator. Die „Diskriminatorschwelle“ kann man durch die Gittervorspannung von Röhre I, die sich an dem Widerstand R_3 einstellen läßt, festlegen und ändern. Im Prinzip läßt sich natürlich auch ein Univibrator zur Impulshöhendiskriminierung verwenden. Der Kippunkt liegt aber hier im Fußpunkt der I_a-U_g-Kennlinie, und dieser ist ziemlich schlecht definiert und außerdem zeitlichen Schwankungen unterworfen.

Versuch 13 Schmitt-Trigger

Zur experimentellen Untersuchung der Verhaltensweise eines Schmitt-Triggers wollen wir die Schaltelemente der Schaltung in Fig. 62 folgendermaßen dimensionieren:

Röhre I + Röhre II	Doppeltriode ECC 81	R_2	220 kΩ
R_{a1}, R_{a2}	4,7 kΩ	R_3	100 kΩ (Potentiometer)
R_{g1}	560 kΩ	C_1	50 pF
R_{g2}	100 kΩ	C_2, C_3	0,1 μF
R_1	200 kΩ		

Die Batteriespannung betrage 300 V.

Um das typische Verhalten des Schmitt-Triggers zu untersuchen, sind rechteckige Eingangsimpulse nicht gut geeignet. Wir werden deshalb den Schmitt-Trigger mit einer sinusförmigen Wechselspannung, deren Frequenz 10^3 bis 10^4 Hz beträgt, steuern. Die Ausgangsimpulse an der Anode von Röhre II werden mit einem Oszillographen beobachtet.

Bei einer festen Einstellung der Gittervorspannung am Potentiometer R_3 ist die Amplitude der Steuerwechselspannung langsam zu vergrößern und nach Überschreitung der Diskriminatorschwelle die Zunahme der Impulsbreite zu verfolgen. Eine Änderung der Impulsbreite tritt ebenfalls auf, wenn bei konstant gehaltener Wechselspannungsamplitude die Diskriminatorschwelle verschoben wird. Schließlich kann man noch die Impulsdauer verlängern, indem man die Hysterese vergrößert. Dieses wird zum Beispiel dadurch bewirkt, daß man den Widerstand R_1 verkleinert (Begründung!).

1.34 Verstärkung und Zählung elektrischer Impulse

Die vom Nachweisgerät angelieferte Ladung wird zunächst an einem Ohmschen Widerstand R (Fig. 63) in einen Spannungsimpuls umgewandelt. Dieser Widerstand bildet zusammen mit der Eigenkapazität C des Detektors ein Parallel-RC-Glied, dessen Zeitkonstante RC Höhe und Dauer des entstehenden Spannungsimpulses beeinflußt. Die an R erzeugten Spannungsimpulse werden bis zu einem gewissen Grade um so höher, je größer man R macht (vgl. Fig. 47). Gleichzeitig wird aber auch die Zeitkonstante des

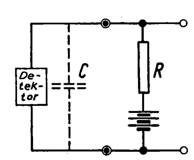


Fig. 63
Umwandlung der von einem Detektor angelieferten elektrischen Ladung in einen Spannungsimpuls

RC-Gliedes vergrößert, und Anstiegszeit und Dauer der Impulse nehmen zu. Das zeitliche Auflösungsvermögen der Meßanordnung wird dadurch herabgesetzt. Die Wahl von R hängt deshalb von der Art des Detektors und vom Meßzweck ab. Sein Wert liegt meistens zwischen einigen hundert Kiloohm und einigen Megohm.

Der Detektor ist mit dem elektronischen Meßgerät gewöhnlich durch ein Koaxialkabel verbunden. Bei der Impulsübertragung über eine Leitung tritt im allgemeinen eine Impulsverformung auf. Ist die Laufzeit der Impulse in der Leitung klein gegenüber der Anstiegszeit der Impulse, so stellt die Leitung im wesentlichen eine kapazitive Belastung der Impulsquelle dar. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, ist die Leitung also sehr lang oder handelt es sich um sehr kurze Impulse, so können sich Reflexionen der Impulse an den Leitungsenden störend bemerkbar machen. Eine Impulsverformung tritt grundsätzlich nicht auf, wenn man die Leitung mit ihrem Wellenwiderstand[1]) abschließt. Der Eingangswiderstand der Leitung ist in diesem Fall ebenfalls gleich dem Wellenwiderstand. Nun beträgt aber der Wellenwiderstand Z_0 eines Koaxialkabels nur etwa 100—200 Ω; er ist viel zu klein, um unmittelbar als Belastungswiderstand des Detektors zu dienen. Es besteht somit die Aufgabe, den an einem hochohmigen Widerstand erzeugten Spannungsimpuls möglichst wenig verzerrt und ohne wesentliche Abschwächung an den niederohmigen Wellenwiderstand zu übertragen. Hierfür ist ein Anodenbasisverstärker, den man zusammen mit dem Detektor in einem Meßkopf unterbringt, besonders geeignet. Nach Gl. (55) beträgt der innere Widerstand $\mathfrak{R}_i$ dieses Verstärkers rund $1/S$. Bei einer Steilheit der Verstärkerröhre von 10 mA/V entspräche das einem Ohmschen Widerstand von 100 Ω. Der Verbraucherwiderstand Z_0 ist also gut an den Innenwiderstand des Verstärkers angepaßt. Ein Anodenbasisverstärker bewirkt keine Spannungsverstärkung.

Gelegentlich wird man innerhalb des Meßkopfes auch bereits eine Spannungsverstärkung vornehmen, und zwar vor allem dann, wenn wegen kleiner Signalspannungen der Störpegel niedrig gehalten werden muß. Von den verschiedenen Verstärkertypen sei hier der Cascode-Verstärker besonders erwähnt. In Aufgabe 2 (s. S. 45) wurde die Schaltung dieses zweistufigen Triodenverstärkers behandelt. Für seine Spannungsverstärkung findet man $\mathfrak{V} \approx -SR_a$, was nach Gl. (38) der Verstärkung einer Pentode in Kathodenbasisschaltung entspricht. Gegenüber einer Penthode weist eine Cascode-Verstärkerstufe aber geringere Rauschstörungen auf, da bei Trioden das sogenannte Stromverteilungsrauschen entfällt. Dieses wird bei Röhren mit mehreren gegenüber der Kathode positiven Elektroden dadurch verursacht, daß die prozentuale Verteilung des Röhrenstroms auf die positiven Elektroden statistischen Schwankungen unterworfen ist. Beim Cascode-Verstärker ist die Anodenbelastung der ersten Triode gleich dem Eingangswiderstand der zweiten. Dieser Widerstand ist verhältnismäßig klein (s. Gl. (51)), und damit ist auch die Verstärkung der ersten Röhre gering. Die Vergrößerung der Eingangskapazität der gesamten Verstärkerstufe durch den Miller-Effekt (s. Gl. (43)) kann deshalb hier vernachlässigt werden.

---

[1]) Als „Wellenwiderstand" einer Leitung bezeichnet man die Größe $\sqrt{\frac{r + i\omega l}{g + i\omega c}}$, wobei r, l, g und c den Ohmschen Widerstand, die Selbstinduktion, den reziproken Ableitwiderstand (Isolationsleitwert) und die Kapazität jeweils je Längeneinheit der Leitung bedeuten.

Das elektronische Zählgerät selbst ist im allgemeinen folgendermaßen aufgebaut (Fig. 64):

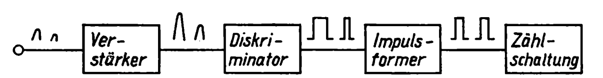


Fig. 64 Blockschaltbild eines elektronischen Zählgeräts

Die eingehenden Impulse werden nach einer Spannungsverstärkung zunächst einer Diskriminatorstufe zugeführt. Durch geeignete Einstellung der Verstärkung und der Diskriminatorschwelle kann hier die Höhe der noch zu registrierenden Impulse festgelegt werden. An den Diskriminator ist dann eine Impulsformerstufe angeschlossen, welche die zum Betrieb der eigentlichen Zählschaltung erforderlichen einheitlich geformten Zählimpulse erzeugt.

Von dem Verstärker wird verlangt, daß er die vom Nachweisgerät gelieferten elektrischen Impulse unter Beibehaltung ihrer Größenverteilung verstärkt; die Impulsform braucht nicht erhalten zu bleiben. Die Übertragungseigenschaften des Verstärkers sollen eine gute zeitliche Konstanz besitzen und durch Störeinwirkungen möglichst wenig beeinflußt werden. Zu diesem Zweck verwendet man weitgehend gegengekoppelte Verstärkerschaltungen (s. S. 40). Außerdem soll der Verstärker „übersteuerungsfest" sein. Das bedeutet folgendes: Will man Impulse mit sehr unterschiedlicher Größe verstärken, so läßt es sich unter Umständen nicht vermeiden, daß eine der Verstärkerröhren durch hohe positive Impulse bis in den Gitterstrombereich ausgesteuert wird, da man ja die Verstärkung groß machen muß, um auch die kleinsten Impulse noch registrieren zu können. Erfolgt nun wie üblich die Impulsübertragung an das Gitter der betreffenden Röhre durch ein Reihen-RC-Glied, so wird durch einen hohen Impuls der Koppelkondensator C infolge des einsetzenden Gitterstroms in kürzester Zeit auf einen hohen Spannungswert umgeladen. Die anschließende Entladung des Kondensators gegen Ende eines solchen Impulses erfolgt aber mit der verhältnismäßig großen Zeitkonstanten des RC-Gliedes. Durch den Entladungsstrom wird hierbei am Gitterwiderstand R eine negative Vorspannung erzeugt, welche bewirkt, daß für unmittelbar nachfolgende kleine Impulse die Röhre als gesperrt erscheint. Durch eine kleine Anzahl großer Eingangsimpulse wird also in diesem Fall die Zahl der Ausgangsimpulse unter Umständen beträchtlich herabgesetzt. Übersteuerungsfest ist hingegen die Verstärkerstufe in Fig. 65 wegen der hier vorliegenden galvanischen Ankopplung von Röhre II an Röhre I. Über den Widerstand R erfolgt eine Gegenkopplung, wie wir sie in Aufgabe 3 (S. 45) besprochen haben. Die hohe positive Spannung am Gitter von Röhre II wird durch die Gegenspannung an R_k kompensiert.

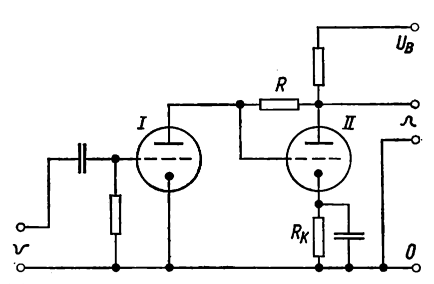


Fig. 65
Schaltbild einer übersteuerungsfesten Verstärkerstufe

Als Impulshöhendiskriminator verwendet man in einem Zählgerät mit Vorliebe den Schmitt-Trigger, den wir in Versuch 13 kennenlernten. Die langzeitigen

Schwankungen seines Schwellwertes betragen etwa $\pm$ 0,3 V. Man darf deshalb seine Triggerimpulse nicht zu klein wählen.

Als Impulsformer ist der in Versuch 11 behandelte Univibrator gut geeignet. Eine andere vielgebrauchte Impulsformerstufe ist der sogenannte Sperrschwinger. Es handelt sich hierbei um eine Kippschaltung mit induktiver Rückkopplung; mit ihm lassen sich leicht Impulse von 0,1 μs Dauer erzeugen.

Bei der Zählschaltung, welche die von der Impulsformerstufe angelieferten Impulse auszählen soll, interessiert vor allem ihr zeitliches Auflösungsvermögen. Ein rein mechanisch aufgebautes Zählwerk ist gewöhnlich viel zu träge, um unmittelbar zur Impulszählung benutzt werden zu können. Man schaltet daher noch einen Untersetzer vor, so daß das Zählwerk nur jeden n-ten Impuls zu zählen braucht, wobei man die Zahl n seinem Zählvermögen anpaßt. Für eine solche Impulsuntersetzung ist die in Versuch 12 besprochene Flip-Flop-Schaltung besonders geeignet. Eine einzelne Flip-Flop-Stufe bewirkt eine Untersetzung um den Faktor 2. Schaltet man m derartige Stufen hintereinander, so daß die Ausgangsimpulse der einen Stufe jeweils der Duodiode am Eingang der folgenden Stufe zugeführt werden, so erhält man insgesamt eine Untersetzung um den Faktor $n = 2^m$. Den in den einzelnen Flip-Flop-Stufen gerade vorliegenden Schaltzustand kann man an Glimmlampen ablesen. Die mit dieser Schaltungsart verbundene Zählung im Dualsystem ist ungewohnt. Man kann die Schaltung aber in einen dekadisch arbeitenden Untersetzer umwandeln, wenn man bei vier hintereinander geschalteten Flip-Flop-Stufen nach jedem zehnten Impuls für eine automatische Rückstellung sorgt. Man erreicht mit diesen Untersetzern bei statistisch verteilten Impulsen ohne allzu große Korrekturen eine maximale Zählgeschwindigkeit von etwa 10^6 Impulsen je Sekunde.

Bei kleineren Anforderungen an die Zählgeschwindigkeit verwendet man heute in zunehmendem Maße sogenannte Zählröhren, die unmittelbar das Zählergebnis im dekadischen System anzeigen.

1.4 Statistische Schwankungen bei kernphysikalischen Prozessen

1.41 Bernoulli-, Poisson- und Gauß-Verteilung

Bei sehr vielen kernphysikalischen Versuchen werden einzelne, voneinander unabhängige Ereignisse während einer bestimmten Zeitspanne registriert. Bei der Beobachtung von solchen Einzelereignissen treten statistische Schwankungen auf. Man wird auch unter exakt gleichen Versuchsbedingungen bei mehrmaliger Ausführung eines Experiments Ergebnisse erhalten, die um einen gewissen Mittelwert streuen, für den man sich eigentlich interessiert. Um die Zuverlässigkeit der Resultate trotz solcher Schwankungen abschätzen zu können, ist es nützlich, sich kurz mit ihrer Theorie zu befassen.

Zunächst soll die folgende Frage beantwortet werden:

Ist p die Wahrscheinlichkeit dafür, daß bei einem einzelnen Versuch ein bestimmtes Ereignis eintritt, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, daß bei N voneinander unabhängigen Versuchen das Ereignis n mal eintritt?

Die Wahrscheinlichkeit, daß bei einem einzelnen Versuch das Ereignis nicht eintritt, beträgt $1 - p$.

Die Wahrscheinlichkeit, daß zum Beispiel bei dem ersten und zweiten Versuch das Ereignis eintritt, bei dem dritten Versuch aber nicht, beträgt $p \cdot p \cdot (1-p)$.

Allgemein beträgt die Wahrscheinlichkeit, daß bei N Versuchen das Ereignis in einer vorgegebenen Reihenfolge n mal eintritt und $(N-n)$ mal nicht eintritt,

$$p^n (1-p)^{N-n}.$$

Nun interessiert es uns aber im allgemeinen nicht, ob das Ereignis beim ersten, zweiten, fünften usw. Versuch eintritt und beim dritten, vierten usw. Versuch nicht. Wir wollen nur wissen, wie oft das Ereignis bei N Versuchen überhaupt eintritt. Wir haben deshalb noch mit der Zahl der Kombinationen zu multiplizieren, die bei konstant gehaltenem n gebildet werden können, wenn man die Reihenfolge, in welcher bei den N Versuchen ein Ereignis eintritt oder nicht, variiert. Die Zahl dieser Kombinationen beträgt

$$\frac{N!}{n!(N-n)!}.$$

Für die Wahrscheinlichkeit P_n, daß bei N voneinander unabhängigen Versuchen das Ereignis n mal eintritt, erhält man somit

$$P_n = p^n (1-p)^{N-n} \frac{N!}{n!(N-n)!}. \tag{76}$$

Dieses ist die sogenannte Bernoulli-Verteilung.

Auf ein kernphysikalisches Problem, nämlich den Zerfall eines radioaktiven Isotops übertragen, lautet die Fragestellung so:

Es sei λ die Zerfallskonstante (Zerfallswahrscheinlichkeit je Zeiteinheit) einer radioaktiven Substanz und N die Anzahl der vorhandenen radioaktiven Atomkerne; wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, daß in dem Zeitintervall Δt n Atomkerne zerfallen?

In diesem Falle ist $p = \lambda \Delta t$, und der Zahl der Versuche entspricht die Anzahl der radioaktiven Atomkerne, deren Zerfall ja unabhängig voneinander erfolgt. Gl. (76) läßt sich also direkt auf dieses Problem anwenden, wenn man voraussetzt, daß N eine Konstante ist. Dies ist praktisch dann der Fall, wenn das Zeitintervall Δt sehr klein ist gegenüber der Halbwertszeit $T_{1/2} = \ln 2/\lambda$ der radioaktiven Substanz; es muß demnach gelten: $p \ll 1$.

Für $p \ll 1$ ist aber P_n nach Gl. (76) nur dann merklich von Null verschieden, wenn $n \ll N$, was auch anschaulich ohne weiteres einzusehen ist. Unter dieser Voraussetzung wird

$$(1-p)^{N-n} \approx (1-p)^N \approx 1 - Np \approx \mathrm{e}^{-pN}$$

$$\frac{N!}{(N-n)!} \approx N^n$$

und somit

$$P_n = \frac{(pN)^n}{n!} \mathrm{e}^{-pN}. \tag{77}$$

Dieses ist die sogenannte Poisson-Verteilung.

Wir wollen in Gl. (77) den Mittelwert über die zu erwartende Anzahl der Ereignisse einführen. Für diesen Mittelwert $\bar{n}$ gilt bei Anwendung der Poisson-Verteilung:

$$\bar{n} = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n = \sum_{n=0}^{\infty} n \frac{(pN)^n}{n!} e^{-pN} = pN \cdot e^{-pN} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(pN)^{n-1}}{(n-1)!} = pN \cdot e^{-pN} \cdot e^{pN} = pN.$$

Man erhält so für die Poisson-Verteilung

$$P_n = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}. \tag{78}$$

Für kleine Werte von n ist die Poisson-Verteilung unsymmetrisch. Fig. 66 zeigt als Beispiel die Poisson-Verteilung für $n = 3{,}8$.

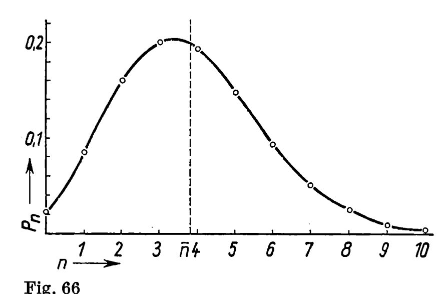


Fig. 66
Poisson-Verteilung für einen Mittelwert $\bar{n} = 3{,}8$

Für große $\bar{n}$ geht die Poisson-Verteilung in die Gauß-Verteilung über. Die Gauß-Verteilung, auch bekannt als Fehlerfunktion, ist eine symmetrische Verteilung. Ihre analytische Form lautet:

$$dp_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-(n-\bar{n})^2/2\sigma^2} dn. \tag{79}$$

dp_n ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß n zwischen n und $n + dn$ liegt, wenn σ die Wurzel aus dem mittleren Quadrat der Schwankungen $(n - \bar{n})$ um den Mittelwert $\bar{n}$ bedeutet, wenn also

$$\sigma = \sqrt{\overline{(n-\bar{n})^2}}.$$

σ nennt man die mittlere Schwankung. Bei der Gauß-Verteilung liegen 68% der Meßwerte innerhalb des Bereichs $(\bar{n} \pm \sigma)$ und 95% der Meßwerte innerhalb des Bereichs $(\bar{n} \pm 2\sigma)$.

Man erhält, unabhängig von der Art der Verteilungsfunktion,

$$\sigma^2 \equiv \overline{(n-\bar{n})^2} = \overline{n^2} - 2\bar{n}\bar{n} + \bar{n}^2 = \overline{n^2} - \bar{n}^2. \tag{80}$$

Legt man die Poisson-Verteilung zugrunde, dann ist

$$\overline{n^2} = \sum_{n=0}^{\infty} n^2 P_n = \sum_{n=0}^{\infty} n^2 \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}} = e^{-\bar{n}} \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 - n) \frac{\bar{n}^n}{n!} + e^{-\bar{n}} \sum_{n=0}^{\infty} n \frac{n^n}{n!}$$

$$= \bar{n}^2 e^{-\bar{n}} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\bar{n}^{n-2}}{(n-2)!} + \bar{n}\, e^{-\bar{n}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{n}^{n-1}}{(n-1)!} = \bar{n}^2 + \bar{n}$$

und somit nach Gl. (80)

$$\sigma^2 = \bar{n}$$

oder

$$\sigma = \sqrt{\bar{n}}\ ^{1)}.$$

1) Man beachte, daß hier wie im folgenden die n reine Zahlen (Ereignis-Zahlen), also dimensionslos sind und nicht etwa Zählraten.

In der Poisson-Verteilung haben wir bisher den Mittelwert $\bar{n}$ als fest vorgegeben betrachtet und nach der Wahrscheinlichkeit gefragt, mit der bei einer Messung ein bestimmter Meßwert zu erwarten ist. Gewöhnlich lautet die Frage aber so: Wenn bei einer Messung n Ereignisse gezählt werden, wie groß ist dann die zu erwartende mittlere Abweichung von einem Mittelwert, den man bei einer sehr großen Anzahl von Messungen erhalten würde? Wir kennen also diesmal den Mittelwert nicht und wollen etwas über die Güte unserer Messung erfahren. Wir wollen wissen, mit welchem „mittleren Fehler" eine solche Messung behaftet sein wird. Es läßt sich zeigen, daß der mittlere quadratische Fehler den Wert $\sigma = \sqrt{n+1}$ hat. Für den Fall, daß $n \gg 1$, folgt hieraus

$$\sigma = \sqrt{n}. \tag{81}$$

Um den relativen Fehler klein zu halten, wird man immer anstreben, möglichst viele Ereignisse zu zählen. Beträgt die Gesamtzahl der gezählten Ereignisse 10000, so ist der mittlere Fehler 100; der relative Fehler beträgt also 1%.

Bei kernphysikalischen Untersuchungen werden in den meisten Fällen neben den Ereignissen, für die man sich interessiert, auch andere Ereignisse registriert, die man unter dem Ausdruck Untergrundstrahlung zusammenfaßt. Vielfach rührt diese Untergrundstrahlung von der kosmischen Strahlung oder von einer radioaktiven Umgebungsstrahlung (Verseuchung!) her. Der durch diese Untergrundstrahlung hervorgerufene Effekt wird gewöhnlich als „Nulleffekt" bezeichnet. Man muß die Experimente so einrichten, daß der Nulleffekt möglichst klein wird, damit man in vorgegebener Meßzeit den statistischen Fehler des Endergebnisses möglichst klein halten kann. Vielfach kann man den Nulleffekt ermitteln, indem man eine Messung durchführt, bei der unter sonst gleichgehaltenen Bedingungen der eigentlich zu beobachtende Effekt ausgeschaltet wird. Ein einfaches Beispiel ist die Beobachtung der durch ein radioaktives Präparat in einer Zählapparatur ausgelösten Zählimpulse, wo einmal mit Präparat und ein anderes Mal ohne Präparat gezählt wird.

Ergibt hierbei die Messung der Gesamtstrahlung während eines Zeitintervalls t_S die Impulszahl n_S und die Messung der Untergrundstrahlung während des Zeitintervalls t_B die Impulszahl n_B, so beträgt der wahrscheinliche Wert für die Zählrate, die von dem radioaktiven Präparat allein herrührt,

$$\dot{n} = \frac{n_S}{t_S} - \frac{n_B}{t_B}. \tag{82}$$

Der mittlere Fehler, mit welchem die Messung der Gesamtstrahlung behaftet ist, beträgt $\sigma_S = \sqrt{n_S}$. Für den auf die Zeiteinheit bezogenen mittleren Fehler erhält man $\dot{\sigma}_S = \frac{\sqrt{n_S}}{t_S}$. Der mittlere Fehler bei der Messung der Untergrundstrahlung hat die Größe $\sigma_B = \sqrt{n_B}$, und es gilt wiederum $\dot{\sigma}_B = \frac{\sqrt{n_B}}{t_B}$. Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz erhält man für den mittleren Fehler von $\dot{n}$ in Gl. (82)

$$\dot{\sigma} = \sqrt{\dot{\sigma}_S^2 + \dot{\sigma}_B^2} = \sqrt{\frac{n_S}{t_S^2} + \frac{n_B}{t_B^2}} = \sqrt{\frac{\dot{n}_S}{t_S} + \frac{\dot{n}_B}{t_B}}. \tag{83}$$

Gelegentlich tritt die Frage auf, wie man bei einer vorgegebenen Gesamtmeßzeit ($t_S + t_B$) die Zeiten t_S und t_B zu wählen hat, damit die Zählrate $\dot{n}$ mit einem möglichst kleinen relativen Fehler behaftet ist. Man hat zu diesem Zweck das Minimum des Ausdrucks in Gl. (83) als Funktion von t_S und t_B zu ermitteln unter Berücksichtigung der Nebenbedingung

$$dt_S + dt_B = 0. \tag{84}$$

Eine Differentiation von Gl. (83) ergibt

$$d\dot{\sigma} = -\frac{1}{2\,\dot{\sigma}}\left(\frac{\dot{n}_S}{t_S^2}\,dt_S + \frac{\dot{n}_B}{t_B^2}\,dt_B\right).$$

Setzt man nun diesen Ausdruck gleich Null und beachtet Gl. (84), so folgt für das optimale Verhältnis von t_S und t_B

$$\frac{t_S}{t_B} = \sqrt{\frac{\dot{n}_S}{\dot{n}_B}}. \tag{85}$$

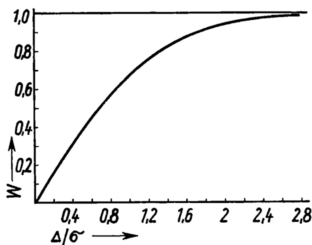


Fig. 67
Wahrscheinlichkeit W, daß der Differenzwert Δ aus zwei Messungen, der mit dem mittleren Fehler σ behaftet ist, nicht durch statistische Schwankungen vorgetäuscht wird

Ist die Untergrundstrahlung groß gegenüber dem zu untersuchenden Effekt, so bleibt nach der Messung immer eine gewisse Wahrscheinlichkeit, daß der betreffende Effekt nur durch statistische Schwankungen des Nulleffekts vorgetäuscht ist. Ist σ der mittlere Fehler, mit dem die Differenz Δ aus zwei gemessenen Zählraten behaftet ist, so ist die Wahrscheinlichkeit W, daß der Differenzwert Δ nicht durch statistische Schwankungen vorgetäuscht ist, durch die in Fig. 67 gezeichnete Funktion gegeben.

1.42 Intervallverteilung

Es soll jetzt die statistische Verteilung der zeitlichen Abstände von Einzelereignissen aus der Poisson-Verteilung hergeleitet werden, und zwar interessieren wir uns nicht nur für die Abstände zweier aufeinanderfolgender Ereignisse, das sind die sogenannten einfachen Intervalle, sondern allgemein für die Abstände solcher Ereignisse, zwischen denen noch $(s-1)$ Ereignisse liegen, das sind die sogenannten s-fachen Intervalle.

Ist a der Mittelwert der Zahl der Ereignisse in der Zeiteinheit, dann beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, daß s oder mehr Ereignisse in der Zeit t eintreten, nach Gl. (78)

$$\sum_{n=s}^{\infty} P_n(t) = \sum_{n=s}^{\infty} \frac{(a\,t)^n}{n!}\,e^{-a\,t}. \tag{86}$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß zwischen t und $t + dt$ gerade das s-te Ereignis fällt, ist gleich dem Zuwachs der Funktion (86) in der Zeit dt, also

$$\begin{aligned} dp_s(t) &= \frac{d}{dt}\sum_{n=s}^{\infty} P_n(t)\,dt = \sum_{n=s}^{\infty}\left\{\frac{a\,(a\,t)^{n-1}}{(n-1)!}\,e^{-a\,t} - \frac{a\,(a\,t)^n}{n!}\,e^{-a\,t}\right\}dt \\ &= a\,\frac{(a\,t)^{s-1}}{(s-1)!}\,e^{-a\,t}\,dt. \end{aligned} \tag{87}$$

$dp_s(t)$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein s-faches Intervall eine zeitliche Länge zwischen t und $t + dt$ hat.

In Fig. 68 sind die Werte von $(s/a)\,(dp_s\,(t)/dt)$ als Funktion von $a\,t/s$ aufgetragen.

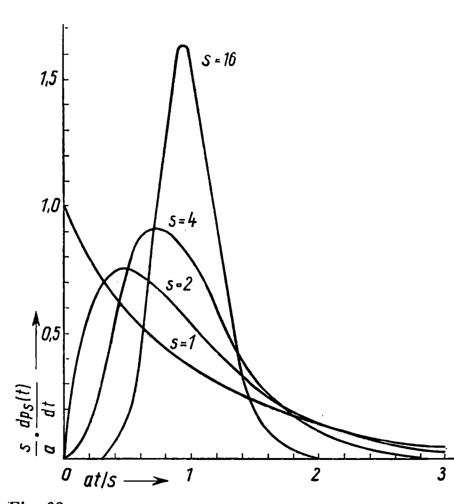


Fig. 68
Intervallverteilung für einfache und vielfache Intervalle

Wie man sieht, sind bei den einfachen Intervallen die kurzen Intervalle stark bevorzugt. Je größer s wird, um so ausgeglichener wird die Intervallverteilung. Diese Gesetzmäßigkeit ist einer der Vorteile, welche der Gebrauch von Untersetzern in den Geräten zur Teilchenzählung mit sich bringt. Schon bei einem 100-fachen Untersetzer, bei dem nur jeder hundertste Eingangsimpuls einen Ausgangsimpuls auslöst, folgen die Ausgangsimpulse bereits in ziemlich gleichmäßigen Zeitabständen aufeinander. Das mechanische Zählwerk, welches durch die Ausgangsimpulse betätigt wird, wird auch dann keine Zählverluste aufweisen, wenn die Auflösungszeit des Zählwerks nur wenig größer ist als die Intervallänge der Ausgangsimpulse.

Versuch 14 Untersuchung einer statistisch verteilten Ereignisfolge

Im Experiment soll beobachtet werden, in welchen zeitlichen Abständen statistisch verteilte Ereignisse aufeinanderfolgen. Hierunter sollen solche Vorgänge verstanden werden, bei denen die Wahrscheinlichkeit des Eintretens eines Ereignisses in jedem Zeitpunkt gleich groß und damit unabhängig von der Folge der übrigen Ereignisse ist. Um die Registrierung dieser Ereignisse zu erleichtern, ist zweckmäßig mit kleinen Zählraten zu arbeiten. Man kann z. B. die Impulse beobachten, die durch die Untergrundstrahlung in einem Zählrohr ausgelöst werden. Außer einem Geiger-Müller-Zählrohr und einem Zählgerät benötigt man für diesen Versuch einen Chronographen, im einfachsten Fall ein mit gleichförmiger Geschwindigkeit laufendes Papierband, auf dem über ein Relais von Hand, etwa mit einer Morsetaste, die Impulse aufgezeichnet werden. Bequemer und auch genauer ist eine automatische Registrierung, bei der die Ausgangsimpulse der Impulsformerstufe eines Zählgerätes einer Kippstufe zugeführt werden, welche auf das Relais des Chronographen wirkt. Bei sehr kleinen Zählraten, bei etwa 4—6 Impulsen in der Minute, genügt an Stelle des Chronographen eine Stoppuhr.

Man registriere das zeitliche Eintreffen der von der Untergrundstrahlung in einem Zählrohr ausgelösten Impulse. Bei automatischer Registrierung betrage die Zahl der beobachteten Impulse etwa 500.

a) Die Anzahl $Z(n)$ der Zeitabschnitte, in denen $n = 0, 1, 2, \ldots$ Impulse gezählt werden, ist zu ermitteln, wenn deren Länge so festgelegt wird, daß in ihnen die durchschnittliche Impulszahl etwa 4—6 beträgt. Man trage das Verhältnis von $Z(n)$ zur Gesamtzahl der Zeitabschnitte als Funktion von n auf.

b) Man bestimme aus der unter a) erhaltenen Kurve die mittlere Schwankung σ und vergleiche sie mit dem theoretischen Wert.

c) Man ermittle aus den Meßwerten die Intervallverteilung der einfachen, doppelten und zehnfachen Intervalle und trage die Verteilungsfunktion $s\frac{\mathrm{d}p_s(t)}{\mathrm{d}t}$ in Abhängigkeit von t/s auf.

1.5 Besondere Meßvorrichtungen

1.51 Geometriefaktor und Rückstreuung

Bei fast allen Messungen gelangt nur ein Bruchteil der gesamten während eines Versuchs von einem radioaktiven Präparat ausgesandten Teilchen tatsächlich in das Nachweisgerät. Um aus der gemessenen Zählrate auf die Gesamtstärke des Präparats zu schließen, muß man wissen, wie groß bei einer bestimmten Meßanordnung die Wahrscheinlichkeit ist, daß ein vom Präparat ausgesandtes Teilchen im Zählgerät einen Zählimpuls auslöst. Zwar interessiert man sich häufig gar nicht für die absolute Stärke eines Präparates, aber auch für Relativmessungen ist es nützlich, darüber unterrichtet zu sein, wie eine Änderung der Meßbedingungen, zum Beispiel eine Änderung der Präparatunterlage, sich auf die Höhe der Zählrate auswirkt. Bei Vergleichsmessungen an verschiedenen radioaktiven Präparaten können nicht immer die gleichen Meßbedingungen geschaffen werden. Wir wollen unsere Untersuchungen speziell auf die Zählung von Betateilchen mit einem Fensterzählrohr beschränken, jedoch ist eine Verallgemeinerung auf andere Strahlenarten und andere Nachweisgeräte ohne Schwierigkeit möglich.

Für die unter Berücksichtigung der Totzeit des Zählrohrs nach Gl. (2) korrigierte Zählrate $\dot{n}$ eines radioaktiven Präparates mit der Aktivität A gilt:

$$\dot{n} = p_\beta A + \dot{n}_\gamma, \tag{88}$$

wobei p_β den Bruchteil der Betateilchen des Präparats angibt, der das empfindliche Volumen des Zählrohrs erreicht, und $\dot{n}_\gamma$ die Zahl der Zählstöße ist, die in der Zeiteinheit durch die Untergrundstrahlung und eventuell vorhandene Gammastrahlung des Präparats ausgelöst werden.

Die Größe p_β läßt sich in mehrere Faktoren zerlegen. Sie enthält erstens den sogenannten Geometriefaktor, wir wollen ihn mit c_G bezeichnen. Er ist definiert als das Verhältnis $\frac{\Omega}{4\pi}$, wobei Ω der Raumwinkel ist, unter dem das empfindliche Volumen des Zählrohrs von der radioaktiven Quelle aus erscheint. Um diesen Winkel festzulegen, ist es zweckmäßig, vor das Zählrohrfenster eine Blende zu

setzen, deren Öffnung etwas kleiner ist als das Zählrohrfenster (Fig. 69). Ist die Quelle punktförmig, so erhält man bei einer axialsymmetrischen Anordnung

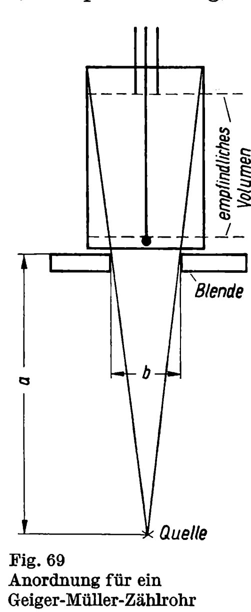


Fig. 69
Anordnung für ein Geiger-Müller-Zählrohr

$$c_G = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\vartheta} d\vartheta \sin\vartheta = \frac{1}{2}(1 - \cos\vartheta)\,.$$

Hieraus folgt, wenn man mit a den Abstand der Quelle von der Zählrohrblende und mit b den Durchmesser der Blendenöffnung bezeichnet,

$$c_G = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + b^2/4a^2}}\right). \qquad (89)$$

Gl. (89) läßt sich zur Berechnung des Geometriefaktors nur dann benutzen, wenn der Abstand der Quelle von der Zählrohrblende nicht zu klein ist, da sonst nicht alle Betastrahlen, welche durch die Blendenöffnung gelangen, auf das empfindliche Volumen des Zählrohrs treffen. Wie groß dieser Abstand mindestens sein muß, läßt sich experimentell bestimmen, wenn man für verschiedene Abstände die Zählraten mißt und diese dann als Funktion des nach Gl. (89) berechneten Geometriefaktors aufträgt. Die Kurve, die man so erhält, wird für kleine Abstände zwischen Quelle und Zählrohrblende von einer Geraden abweichen. Für diese Abstände ist Gl. (89) nicht mehr gültig.

Es muß noch berücksichtigt werden, daß die Betateilchen bei den verschiedenen Abständen ungleich lange Wege in Luft zurücklegen müssen und so ein mehr oder weniger großer Anteil der im kontinuierlichen Betaspektrum vorhandenen niederenergetischen Betateilchen bereits in der Luft beziehungsweise im Zählrohrfenster absorbiert wird.

Solange die Absorberdicken klein sind gegenüber der maximalen Reichweite der von einem Betastrahler ausgesandten Betateilchen, beobachtet man bei zunehmender Absorberdicke hinter dem Absorber angenähert eine exponentielle Abnahme der Betastrahlung. Die Zahl der zur Ruhe abgebremsten Elektronen aus einem betastrahlenden Präparat, also die praktisch mit dem Zählrohr hinter einem Absorber gemessene Absorption der Betastrahlung hängt im wesentlichen von der Flächenmassendichte des Absorbers, aber nur wenig vom Absorbermaterial ab. Man kann deshalb einen Massenabsorptionskoeffizienten μ einführen, der nur von der maximalen Beta-Energie des Strahlers abhängt. Bezeichnet man mit $\dot{n}_0$ die Betazählrate, die man erhalten würde, wenn das Zählrohrfenster unendlich dünn wäre und das Präparat sich im Vakuum befände, und ist $(\delta_F + \delta_L)$ die Flächenmassendichte des Zählrohrfensters und der Luftstrecke zwischen Fenster und Präparat, so beträgt die tatsächlich gemessene Zählrate

$$\dot{n}_{F+L} = \dot{n}_0\, e^{-\mu(\delta_F + \delta_L)}\,.$$

Es ist üblich, durch den Korrekturfaktor

$$c_F = \frac{\dot{n}_{F+L}}{\dot{n}_0} \tag{90}$$

die Beta-Absorption im Zählrohrfenster und in der Luft zwischen Fenster und Präparat zu berücksichtigen. Kennt man die Flächenmassendichte des Zählrohrfensters, so läßt sich c_F experimentell folgendermaßen bestimmen: Man mißt die Zählraten in Abhängigkeit von der Flächenmassendichte dünner Aluminiumabsorber, die man vor das Zählrohrfenster bringt. Man trägt die Zählraten auf halblogarithmischem Papier als Funktion der gesamten Absorberdicke (Zählrohrfenster, Luftstrecke, Aluminiumabsorber) auf (Fig. 70). Man extrapoliert auf die Absorberdicke Null und erhält so $\dot{n}_0$ und damit nach Gl. (90) den Korrekturfaktor c_F.

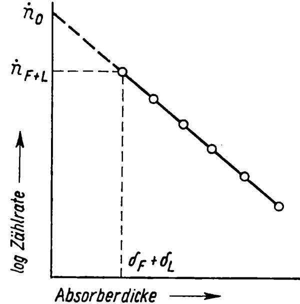


Fig. 70
Meßdiagramm zur Bestimmung des Korrekturfaktors c_F

Durch Rückstreuung der Betastrahlen von der Präparatunterlage werden die Zählraten unter Umständen beträchtlich heraufgesetzt. Die Rückstreuung wird durch den sogenannten Rückstreuungsfaktor c_U erfaßt. Er ist definiert als das Verhältnis der Zählrate bei Benutzung einer Präparatunterlage zu der Zählrate bei vernachlässigbar dünner Unterlage. c_U nimmt zunächst mit der Dicke der Unterlage zu und erreicht angenähert einen Sättigungswert, wenn die Dicke der Unterlage ungefähr ein Fünftel der Reichweite der Betastrahlen in dem betreffenden Material beträgt. Der Sättigungswert hängt stark vom Unterlagenmaterial ab. Er wächst mit steigender Ordnungszahl des Materials. Für eine Unterlage aus Aluminium beträgt der Sättigungswert von c_U für Beta-Energien zwischen 0,3 MeV und 2,3 MeV etwa $c_U = 1{,}3$, für eine Unterlage aus Blei hingegen $c_U = 2{,}0$.

Schließlich muß noch die Absorption und Streuung der Betastrahlung in der Quelle selbst berücksichtigt werden. Dieses geschieht durch den Selbstabsorptionsfaktor c_Q. Dieser ist definiert als das Verhältnis der Zählrate bei der vorliegenden Präparatdicke zu der Zählrate, die man erhalten würde, wenn das Präparat bei gleicher Aktivität unendlich dünn wäre.

Zusammenfassend ergibt sich

$$p_\beta = c_G \cdot c_F \cdot c_U \cdot c_Q . \tag{91}$$

Nicht berücksichtigt wurden bei den obigen Überlegungen die Streuung der Betastrahlen an den Wandungen des Gehäuses, welches den Präparatträger aufnimmt, und die Absorption und die Streuung in der Folie, mit der man gewöhnlich ein Präparat nach oben hin abdeckt. Der Einfluß der Gehäusewandung ist klein, wenn das Gehäuse aus einem Material mit niedriger Ordnungszahl besteht. Die Beta-Absorption in der Deckfolie kann ebenso behandelt werden wie die Absorption im Zählrohrfenster, wo hingegen die Zahl der Betateilchen, die durch Streuung in der Deckfolie zusätzlich in das Zählrohr gelangen,

schlecht zu erfassen ist. Diese Zahl kann unter Umständen größer sein als die Zahl der in der Deckfolie absorbierten und aus ihrer ursprünglichen Richtung auf das Zählrohr abgelenkten Betateilchen.

Versuch 15 Geometriefaktor einer Zählanordnung

Es ist zu untersuchen, wie groß bei einer Zählanordnung entsprechend Fig. 69 der Abstand des Präparats von der Zählrohrblende mindestens sein muß, damit man den Geometriefaktor c_G nach Gl. (89) berechnen kann. Fig. 71 zeigt einen Zählstand für ein Fensterzählrohr, wie er für diese Messungen benutzt werden kann. Die Präparatstärke des benötigten Betastrahlers beträgt zweckmäßig 0,2—0,5 μc. Gut geeignet ist zum Beispiel ein P^{32}-Präparat. P^{32} ist ein reiner Betastrahler mit einer Halbwertszeit von 14,5 d und einer Betamaximalenergie von 1,71 MeV.

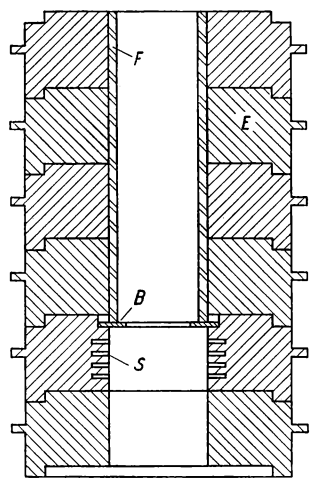


Fig. 71
Zählstand für ein Fensterzählrohr. *E* Abschirmungskörper aus Eisen, *F* Führung für das Fensterzählrohr, *B* Zählrohrblende, *S* Schlitze zur Aufnahme der Präparathalterung und von Absorberblechen

Im einzelnen ist bei der Messung folgendermaßen zu verfahren:

a) Bei verschiedenen Abständen Zählrohrblende—Präparat werden die Zählraten gemessen. Diese Zählraten sind unter Berücksichtigung der Totzeit des Zählrohrs und der Untergrundstrahlung zu korrigieren. (Auf diese Korrekturen, die bei jeder Messung mit einem Zählrohr zu beachten sind, wird im folgenden nicht mehr eigens hingewiesen.)

b) Man bringe bei festem Abstand Zählrohrblende—Präparat vor die Zählrohrblende Aluminiumabsorber, deren Flächenmassendichte in Schritten von etwa 20 mg/cm² bis auf 100 mg/cm² zu vergrößern ist, und messe die jeweiligen Zählraten. Die Zählraten werden auf halblogarithmisches Papier als Funktion der Absorberdicke aufgetragen, wobei der Gesamtabsorber aus Zählrohrfenster, der Luft zwischen Fenster und Präparat und den Aluminiumblechen besteht. Die Zählrate ist auf die Absorberdicke Null zu extrapolieren. Der Korrekturfaktor c_F kann dann nach Gl. (90) bestimmt werden. Man ermittle auch für die übrigen Abstände des Präparats von der Zählrohrblende die Größe c_F (man beachte, daß sich hierbei nur δ_L ändert).

c) Man korrigiere die unter a) ermittelten Zählraten bezüglich des unterschiedlichen Faktors c_F und trage die korrigierten Zählraten als Funktion der nach Gl. (89) zu berechnenden Größe c_G für die verschiedenen Abstände zwischen Zählrohrblende und Präparat auf.

Versuch 16 Rückstreuungsfaktor einer Präparatunterlage

Der Rückstreuungsfaktor c_U ist für verschiedene Präparatunterlagen zu bestimmen. Fig. 72 zeigt eine Präparathalterung, die für derartige Messungen geeignet ist.

Der eigentliche Präparatträger P wird auf einem Ring R_1, welcher ein Innengewinde besitzt, befestigt. Von unten werden Aluminiumbleche A oder Unterlagen aus anderem Material mit Hilfe eines zweiten Gewinderinges R_2 gegen das Präparat gedrückt. Das Präparat selbst soll sehr dünn sein und sich auf einer dünnen Unterlage befinden.

Man lege unter das Präparat Aluminiumbleche zunehmender Dicke und messe die Zählraten. Hiermit ist so lange fortzufahren, bis die Zählraten einen Sättigungswert erreichen. Man bestimme den jeweiligen Rückstreuungsfaktor und trage ihn als Funktion der Unterlagendicke auf. Die Größe c_U soll außerdem bei einer Unterlage aus Trovidur, Kupfer und Blei für den Fall der Sättigung ermittelt werden.

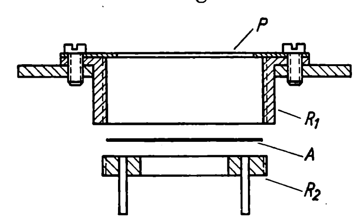


Fig. 72
Präparathalterung zur Messung des Rückstreuungsfaktors einer Präparatunterlage

1.52 4 π-Zählrohr

Unter einem 4 π-Zähler versteht man eine Zählanordnung, bei der geometrisch der volle Raumwinkel (4 π) um das zu messende Präparat von der Meßvorrichtung erfaßt wird. Im Idealfall — keine Absorption im Präparat selbst und hundertprozentige Ansprechwahrscheinlichkeit des Zählgeräts — wird also jede einzelne Umwandlung im Präparat wirklich gezählt. Daher ist es mit diesem Gerät möglich, die Aktivität eines Präparats unmittelbar zu messen.

Will man mit einem normalen Geiger-Müller-Zählrohr die Aktivität eines radioaktiven Präparats bestimmen, so sind, wie wir auf Seite 69 gesehen haben, die gemessenen Zählraten nach Abzug der Untergrundstrahlung noch mit einer Reihe verschiedener Faktoren zu multiplizieren (vgl. Gl. (88) und Gl. (91)). Da diese Faktoren oft nur ungenau bekannt sind, wird auch der ermittelte Wert für die Aktivität im allgemeinen mit einem beträchtlichen Fehler behaftet sein. Prinzipiell einfacher und genauer wird eine Aktivitätsmessung mit Hilfe eines 4 π-Zählrohres. Den grundsätzlichen Aufbau eines 4 π-Zählrohres zeigt Fig. 73 im Querschnitt.

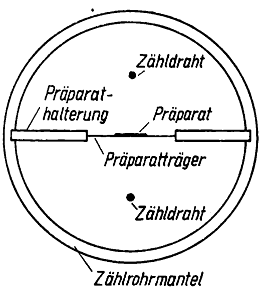


Fig. 73
Aufbau eines 4 π-Zählrohrs

Das Zählrohr besteht aus zwei Hälften, in denen je ein Zähldraht ausgespannt ist. Das Präparat wird auf einer dünnen Unterlage direkt in das Zählrohr in die Ebene zwischen den beiden Hälften gebracht. Die beiden Zähldrähte werden gewöhnlich elektrisch verbunden. Man betreibt das Zählrohr entweder als Durchflußzählrohr, das bei geeignetem Aufbau etwa 3 Minuten nach Einbringen des Präparats schon wieder betriebsfähig ist, oder man muß nach dem Auswechseln des Präparats das Zählrohr evakuieren und neu mit Zählgas füllen.

Bei der Messung mit einem 4 π-Zählrohr macht sich eine neben einer Alpha- oder Betastrahlung vorhandene Gammastrahlung nicht störend bemerkbar, da die praktisch gleichzeitig ausgesandten Korpuskeln und Gammaquanten zusammen nur einen Zählimpuls auslösen.

Der Geometriefaktor c_G ist bei der Messung mit einem 4 π-Zählrohr gleich 1, da Betateilchen, die in beliebiger Richtung vom Präparat ausgesandt werden,

erfaßt werden. Der Faktor c_F (vgl. Gl. (90)), durch den beim Fensterzählrohr die Absorption im Zählrohrfenster und in der Luftstrecke zwischen Fenster und Präparat berücksichtigt wurde, ist beim 4 π-Zählrohr ebenfalls 1, solange die Unterlage des Präparats so dünn ist, daß die in ihr verursachte Absorption vernachlässigt werden kann.

Die Streuung von Betateilchen an der Präparatunterlage beeinflußt beim 4 π-Zählrohr die Zählraten nicht, da es gleichgültig ist, in welcher Hälfte des Zählrohrs das Betateilchen registriert wird. Auch der Rückstreuungsfaktor c_U ist also

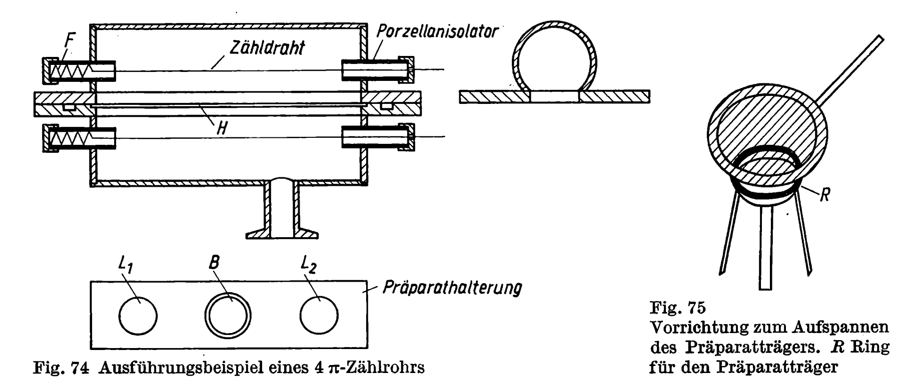


Fig. 74 Ausführungsbeispiel eines 4 π-Zählrohrs

Fig. 75 Vorrichtung zum Aufspannen des Präparatträgers. *R* Ring für den Präparatträger

gleich 1. Es muß somit lediglich auf die Selbstabsorption der Betastrahlen im Präparat und auf die Absorption in der Präparatunterlage geachtet werden. Der Präparatträger ist deshalb möglichst dünn zu machen, wie auch das Präparat selbst in möglichst dünner Schicht auf den Träger zu bringen ist.

Fig. 74 zeigt das Schnittbild eines 4 π-Zählrohrs.

Die untere Zählrohrhälfte nimmt in einer Vertiefung H die Präparathalterung auf. Die Präparathalterung hat eine Ausbohrung B für den Präparatträger und außerdem zwei Löcher L_1 und L_2 zum Druckausgleich zwischen den beiden Zählrohrhälften. Die beiden Zähldrähte bestehen aus Wolfram und haben eine Stärke von 0,1 mm. Sie werden mit Hilfe einer Feder F aus Phosphorbronze ausgespannt.

Der obere Teil des Zählrohrs wird beim Präparatwechsel abgehoben und die Präparathalterung herausgenommen. Der Präparatträger wird in Form einer dünnen Folie über einen Ring gespannt, der selbst in eine Ausbohrung der Präparathalterung zu liegen kommt. Der Präparatträger wird folgendermaßen hergestellt: Zapon-Lack oder Vakuum-Dichtungslack wird im Verhältnis 1/4 mit Azeton gemischt. Ein Tropfen dieser Lösung wird in eine flache Schale mit Wasser gegeben. Der Tropfen breitet sich auf der Wasseroberfläche aus und bildet einen dünnen Film. Mit einem Messingring, der an einem Stiel befestigt ist, wird der Film vorsichtig von unten hochgehoben und über den kleinen Ring gestülpt, der später in die Präparathalterung gelegt wird (Fig. 75). Auf diese Weise erhält man einen Präparatträger von einigen µg Masse. Das Präparat, zum Beispiel P^{32} oder Na^{24}, wird in geeigneter chemischer Verbindung in wässerige Lösung gegeben. Der Lösung wird eine oberflächenaktive Substanz, wie Pril, zugesetzt. Dann wird ein Tropfen der Präparatlösung auf den Präparatträger

gebracht und mit Hilfe einer Ultrarotlampe eingetrocknet. Hierbei ist peinlich darauf zu achten, daß keine radioaktive Verseuchung von Arbeitsplatz und Umgebung stattfindet. Der Arbeitsplatz muß mit Papier ausgelegt sein, das nach dem Versuch durch Wischtests (s. S. 7) oder mit einem geeigneten Monitorgerät auf Reinheit zu prüfen ist.

Versuch 17 Absolutmessung einer Präparatstärke mit einem 4 π-Zählrohr

Man fertige ein Präparat für das 4 π-Zählrohr nach der oben beschriebenen Methode an. Das Präparat wird in das 4 π-Zählrohr gebracht und dieses nach Evakuierung auf etwa 10^{-3} Torr mit bereits vorgemischtem Zählgas gefüllt. Das Plateau des Zählrohrs ist aufzunehmen. Man entferne das Präparat aus dem Zählrohr, fülle dieses erneut mit Zählgas und bestimme den Null-Effekt.

Die Aktivität des Präparats ist anzugeben.

1.53 Koinzidenzmessungen

Eine Anordnung zur Messung von Koinzidenzen zwischen Strahlungspartikeln, die von einem radioaktiven Präparat ausgesandt werden, ist folgendermaßen aufgebaut (Fig. 76): Von der Strahlungsquelle ausgesandte Partikel werden in dem Zähler in Kanal 1 beziehungsweise Kanal 2 registriert. Die Zählimpulse durchlaufen eine Impulsformerstufe und treffen anschließend auf eine Koinzidenzstufe. Die Koinzidenzstufe liefert immer dann einen Ausgangs-

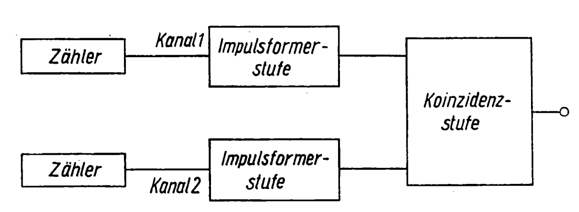


Fig. 76
Blockschaltbild eines Koinzidenzmeßgerätes

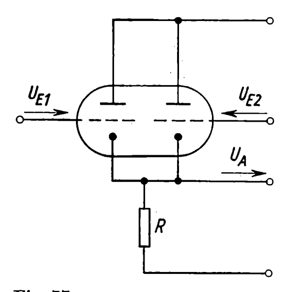


Fig. 77
Schaltbild einer Koinzidenzstufe

impuls, wenn die zeitliche Aufeinanderfolge zweier Impulse, die aus Kanal 1 und Kanal 2 an die beiden Eingänge der Koinzidenzstufe gelangen, kürzer ist als ein bestimmtes Zeitintervall, die Auflösungszeit τ_K der Koinzidenzmeßapparatur.

Fig. 77 zeigt eine häufig benutzte Koinzidenzschaltung. Impulse aus Kanal 1 und Kanal 2 treffen als negative Rechteckimpulse auf die Steuergitter einer Doppeltriode. Die beiden Triodensysteme führen normalerweise Strom. Wird durch einen einzelnen Eingangsimpuls eine Triode gesperrt, so nimmt bei ausreichend großem Kathodenwiderstand R der Strom durch R nur wenig ab, und die Höhe des entstehenden Ausgangsimpulses ist klein gegenüber der ursprünglichen Spannung an R. Werden jedoch beide Trioden durch Eingangsimpulse gesperrt, so bricht die Spannung über R vollständig zusammen, und es entsteht ein hoher

Ausgangsimpuls (Fig. 78). Der Schwellenwert einer nachfolgenden Diskriminatorstufe ist so eingeregelt, daß nur die hohen Impulse registriert werden. Die Auflösungszeit der Koinzidenzmeßapparatur ist in diesem Fall gegeben durch die zeitliche Länge der Impulse, die an die Eingänge der Koinzidenzstufe gelangen. Ändert man die Schaltung in Fig. 77 dahingehend ab, daß man parallel zum Kathodenwiderstand R einen Kondensator legt, dessen Kapazität C so gewählt wird, daß die Zeitkonstante RC ungefähr gleich der Länge der Eingangsimpulse ist, so ergibt sich eine einfache Regelmöglichkeit für die Auflösungszeit. Der Kondensator bewirkt, daß am Ausgang der Koinzidenzstufe ein stetig wachsendes negatives Signal erscheint, so lange beide Triodensysteme gesperrt sind. Die Höhe des Ausgangssignals ist bestimmt durch die zeitliche Aufeinanderfolge der beiden Eingangsimpulse (Fig. 79). Durch eine Verschiebung des Schwellenwertes des nachgeschalteten Diskriminators läßt sich die Auflösungszeit der Koinzidenzmeßapparatur verändern.

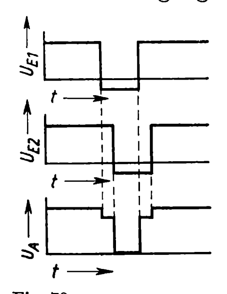


Fig. 78
Zur Wirkungsweise einer Koinzidenzstufe

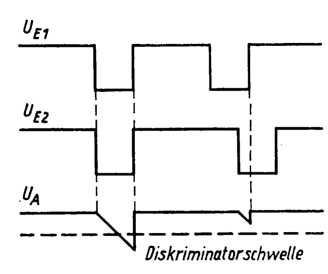


Fig. 79
Zur Regelung der Auflösungszeit einer Koinzidenzstufe

Die Zahl der gemessenen Koinzidenzen setzt sich zusammen aus echten Koinzidenzen und Zufallskoinzidenzen. Ein Beispiel soll dieses näher erläutern. Als Quelle werde ein radioaktives Präparat benutzt, welches durch einen einfachen Beta-Übergang, gefolgt von Gammastrahlung, zerfällt. Das Nachweisgerät in Kanal 1 sei ein Betafensterzählrohr, das Nachweisgerät in Kanal 2 ein Szintillationszähler.

Von echten Koinzidenzen spricht man, wenn das in Kanal 1 registrierte Betateilchen und das in Kanal 2 registrierte Gammaquant, welche zusammen einen Koinzidenzimpuls auslösen, vom radioaktiven Zerfall des gleichen Atomkerns herrühren. Ist A die Aktivität des Präparats, p_β der Bruchteil aller Betateilchen, die in Kanal 1 registriert werden, und p_γ der Bruchteil aller Gammaquanten, die in Kanal 2 registriert werden, so beträgt bei einer punktförmigen Quelle die Rate der echten Beta-Gamma-Koinzidenzen

$$\dot{n}_{\beta\gamma} = p_\beta p_\gamma A\,. \tag{92}$$

Diese Beziehung gilt unter der Voraussetzung, daß die Auflösungszeit τ_K groß ist gegenüber der mittleren Lebensdauer des angeregten Tochterkerns.

Neben den echten Koinzidenzen beobachtet man wegen der endlichen Auflösungszeit der Koinzidenzmeßanordnung und der statistischen Verteilung der von dem Präparat ausgesandten Teilchen eine mehr oder weniger große Anzahl von Zufallskoinzidenzen. Ist $\dot{n}_1$ die Zählrate in Kanal 1, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß in der Zeiteinheit eine Koinzidenz mit einem einzigen in Kanal 2 registrierten Teilchen beobachtet wird, $2\tau_K\dot{n}_1$. Beträgt die Zählrate in Kanal 2 $\dot{n}_2$, so ist die Rate der Zufallskoinzidenzen

$$\dot{n}_Z = 2\tau_K \dot{n}_1 \dot{n}_2\,. \tag{93}$$

In unserem Beispiel gilt (wenn wir von der Untergrundstrahlung absehen und die Gamma-Empfindlichkeit des Betazählrohrs vernachlässigen)

$$\dot{n}_1 = p_\beta A$$

und

$$\dot{n}_2 = p_\gamma A .$$

Setzen wir dieses in Gl. (93) ein, so erhalten wir

$$\dot{n}_Z = 2\tau_K p_\beta p_\gamma A^2 . \tag{94}$$

Man wird nun verlangen, daß die Rate der Zufallskoinzidenzen kleiner ist als die der echten Koinzidenzen. Während $\dot{n}_{\beta\gamma}$ der Präparatstärke A direkt proportional ist, nimmt $\dot{n}_Z$ mit A^2 zu. Durch die Forderung $\dot{n}_Z < \dot{n}_{\beta\gamma}$ wird also bei einer Koinzidenzmessung die Stärke des benutzbaren Präparats bei vorgegebener Auflösungszeit nach oben hin begrenzt. $\dot{n}_Z < \dot{n}_{\beta\gamma}$ bedeutet nach Gl. (92) und Gl. (94)

$$2\tau_K A < 1. \tag{95}$$

Beträgt zum Beispiel die Auflösungszeit τ_K 1,5 μs, so muß nach Gl. (95) A kleiner sein als 3,3 · 10⁵ Zerfälle/s oder rund 10 μc. Bei kürzeren Auflösungszeiten können entsprechend stärkere Präparate benutzt werden.

Wird in der Koinzidenzmeßanordnung ein Geiger-Müller-Zählrohr verwendet, so ist die untere Grenze der Auflösungszeit durch den Entladungsmechanismus im Zählrohr festgelegt. Zwischen dem Eintritt eines ionisierenden Teilchens in das empfindliche Volumen des Zählrohrs und der Ausbildung einer Entladung liegt eine Zeitspanne von der Größenordnung 0,1 μs, denn die vom ionisierenden Teilchen im Zählrohr primär erzeugten Elektronen müssen zunächst zum Zähldraht in den Bereich einer hohen elektrischen Feldstärke wandern, bevor sie durch Stoßionisation einen Entladungsimpuls auslösen. Die zeitliche Verzögerung ist abhängig von der Zählrohrspannung, dem benutzten Zählgas und dem Entstehungsort der Primär-Elektronen im Zählrohr. τ_K darf nicht kleiner sein als die maximale Verzögerungszeit, da anderenfalls nicht alle echten Koinzidenzen gezählt werden. Man wird deshalb hier nicht kleinere Auflösungszeiten als 1 μs wählen. Bei ausschließlicher Verwendung von Szintillationszählern wird hingegen die Auflösungszeit im allgemeinen durch die elektronische Apparatur nach unten hin begrenzt.

Genau wie die Einzelzählraten, so müssen auch die Koinzidenzraten bezüglich der Totzeit der Nachweisinstrumente korrigiert werden. Ist $\dot{n}'_K$ die Koinzidenzrate und sind τ_1 und τ_2 die Totzeiten der Nachweisinstrumente in Kanal 1 beziehungsweise Kanal 2, so gilt (vgl. Gl. (2)):

$$\dot{n}_K = \dot{n}'_K (1 + \dot{n}_1' \tau_1)(1 + \dot{n}_2' \tau_2) . \tag{96}$$

Bei unzweckmäßigem Aufbau der Koinzidenzmeßanordnung können „unechte" Koinzidenzen beobachtet werden. Hierfür ein Beispiel: Ein Gammaquant erzeuge im ersten Zähler ein Compton-Elektron, welches gezählt wird. Das gestreute Gammaquant treffe auf den zweiten Zähler und werde hier registriert. Auf diese Weise wird eine Koinzidenz gezählt, obwohl nur ein einzelnes Gammaquant von der Quelle ausgesandt wurde.

Fig. 80 zeigt das Schnittbild einer Koinzidenzmeßanordnung. Die beiden Zähler werden von oben in einen Bleimantel eingeführt. Hierdurch wird eine gegenseitige Abschirmung der beiden Zähler erreicht, welche verhindert, daß unechte Koinzidenzen auftreten. Der untere Teil des Aufbaues besteht aus einem Kunststoff, zum Beispiel Trovidur, in dem der Wirkungsquerschnitt für eine Compton-Streuung von Gammaquanten nur sehr klein ist.

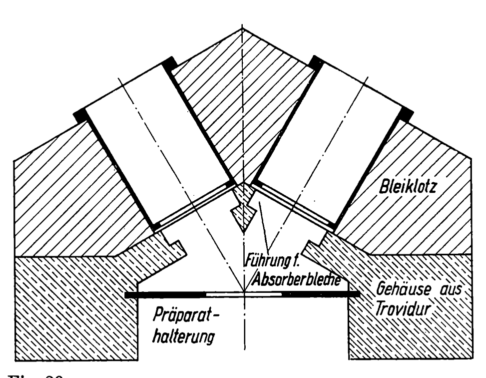


Fig. 80
Mechanischer Aufbau einer Koinzidenzmeßanordnung

An elektronischen Geräten benötigen wir für die Versuche ein Zählgerät, ein Hochspannungsgerät für ein Geiger-Müller-Zählrohr, Stromversorgungsgeräte für zwei Szintillationsmeßköpfe und ein Koinzidenzmeßgerät. Die Auflösungszeit des Koinzidenzmeßgerätes soll bei 1—5 μs liegen. Als Szintillatoren in den Szintillationsmeßköpfen werden zweckmäßig Natriumjodidkristalle verwendet. Es genügt hier eine Kristallgröße von 2,5 cm Durchmesser und 1,25 cm Höhe.

Versuch 18 Bestimmung der Auflösungszeit eines Koinzidenzmeßgerätes

Die Messung der Auflösungszeit τ_K des Koinzidenzmeßgerätes erfolgt an Hand von Gl. (94). Es dürfen in diesem Fall nur Zufallskoinzidenzen und keine echten Koinzidenzen registriert werden. Jeder der beiden Zähler muß deshalb mit eigener Strahlungsquelle gut gegen den anderen abgeschirmt aufgestellt werden. Man messe die Einzelimpulsraten $\dot{n}_1$ und $\dot{n}_2$ und die zugehörige Koinzidenzrate $\dot{n}_Z$. Die gleichen Messungen sind einige Male für verschiedene Werte des Produktes $\dot{n}_1 \cdot \dot{n}_2$ durchzuführen. Die Größe $\dot{n}_Z$ ist als Funktion von $\dot{n}_1 \cdot \dot{n}_2$ aufzutragen. Aus dem Anstieg der Kurve kann die Auflösungszeit τ_K bestimmt werden.

Versuch 19 Ermittlung der Aktivität eines Co^{60}-Präparates mit Hilfe von Koinzidenzmessungen

Co^{60} zerfällt nach dem Schema der Fig. 81. Es sendet ein einfaches Betaspektrum mit einer oberen Grenzenergie von 0,31 MeV und Gammaquanten einer Energie von 1,17 und 1,33 MeV aus, wobei die Gamma-Übergänge in einer Kaskade erfolgen.

Sowohl mit Hilfe von Beta-Gamma- wie auch von Gamma-Gamma-Koinzidenzmessungen läßt sich die Aktivität eines Co^{60}-Präparats bestimmen. Beobachtet man Beta-Gamma-Koinzidenzen, so gilt

$$\begin{aligned}\dot{n}_\beta &= p_\beta A\\ \dot{n}_\gamma &= (p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2})A\\ \dot{n}_{\beta\gamma} &= p_\beta(p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2})A.\end{aligned}$$

Hieraus folgt

$$A = \frac{\dot{n}_\beta \dot{n}_\gamma}{\dot{n}_{\beta\gamma}}. \tag{97}$$

Beobachtet man hingegen Gamma-Gamma-Koinzidenzen, so gilt unter der Voraussetzung, daß eine symmetrische Anordnung der beiden Zähler bezüglich der Quelle vorliegt,

$$\dot{n}_\gamma = (p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2}) A$$

$$\dot{n}_{\gamma\gamma} = 2 p_{\gamma_1} p_{\gamma_2} A .$$

Hieraus folgt

$$A = \frac{\dot{n}_\gamma^2}{\dot{n}_{\gamma\gamma}} \, \frac{2 p_{\gamma_1} p_{\gamma_2}}{(p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2})^2} = \frac{\dot{n}_\gamma^2}{2 \dot{n}_{\gamma\gamma}} \left[1 - \left(\frac{p_{\gamma_1} - p_{\gamma_2}}{p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2}} \right)^2 \right] .$$

Die Nachweisempfindlichkeit eines Szintillationszählers für Gammastrahlen einer Energie von 1,17 und 1,33 MeV unterscheidet sich nur wenig. Die Korrekturgröße $\left(\frac{p_{\gamma_1} - p_{\gamma_2}}{p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2}} \right)^2$ ist deshalb klein gegenüber 1, und wir erhalten so mit guter Näherung

$$A = \frac{\dot{n}_\gamma^2}{2 \dot{n}_{\gamma\gamma}} . \tag{98}$$

Co 60
β 0,31 MeV
γ1 1,17 MeV
γ2 1,33 MeV
Ni 60

Fig. 81
Zerfallsschema von Co^{60}

Gl. (97) und Gl. (98) sind in Strenge nur gültig für eine punktförmige Quelle. Bei einer räumlich ausgedehnten Quelle sind p_β und p_γ im allgemeinen für die einzelnen Volumenelemente des Präparats verschieden groß, so daß unter Umständen Korrekturen einzuführen sind.

Um die Aktivität eines Co^{60}-Präparates mit Hilfe von Beta-Gamma-Koinzidenzmessungen zu bestimmen, verfahre man folgendermaßen:

a) Man messe in der Koinzidenzmeßanordnung mit einem Betazählrohr die Einzelimpulsrate. Diese Messung ist mit einem Aluminiumabsorber von etwa 200 mg/cm² Stärke vor dem Zählrohrfenster zu wiederholen. Die Differenz der beiden Zählraten liefert $\dot{n}_\beta$.

b) Man messe in der Koinzidenzmeßanordnung mit einem Gamma-Szintillationszähler die Einzelimpulsrate. Nach Entfernung der Co^{60}-Quelle ist die gleiche Messung nochmals durchzuführen. Die Differenz der beiden Zählraten liefert $\dot{n}_\gamma$.

c) In der Koinzidenzmeßanordnung wird die Koinzidenzrate gemessen. Man berechne aus den Einzelimpulsraten die Zufallskoinzidenzrate und ermittle $\dot{n}_{\beta\gamma}$.

Jetzt kann man nach Gl. (97) die Aktivität des Präparats angeben.

Entsprechend läßt sich an Hand von Gl. (98) die Aktivität des Co^{60}-Präparats mit Hilfe von Gamma-Gamma-Koinzidenzmessungen bestimmen.

2 Versuche zur Kernphysik

2.1 Halbwertszeiten

2.11 Messung von Halbwertszeiten durch Aufnahme von Zerfallskurven

Durch Kernreaktionen lassen sich zahlreiche radioaktive Isotope mit allen möglichen Halbwertszeiten herstellen. Wenn die Halbwertszeiten zwischen einigen Sekunden und etwa einem Jahr liegen, lassen sie sich durch die direkte Aufnahme einer Zerfallskurve ermitteln. Auch wenn gleichzeitig zwei oder drei radioaktive Nuklide entstehen, die sich in ihrer Halbwertszeit merklich unterscheiden, läßt sich diese Methode noch mit Erfolg anwenden.

Die Aktivität eines radioaktiven Isotops nimmt exponentiell mit der Zeit ab. Ist N_0 die Zahl der Atomkerne eines radioaktiven Isotops mit der Zerfallskonstanten (Zerfallswahrscheinlichkeit je Zeiteinheit) λ zur Zeit $t = 0$, so sind zur Zeit t nur noch

$$N = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t} \tag{99}$$

Atomkerne des betreffenden Isotops vorhanden.

Es ist $\mathrm{e}^{-\lambda t} = 2^{-\lambda t/\ln 2}$. Für die Halbwertszeit, das heißt die Zeit, in der die Hälfte der betreffenden Atomkerne umgewandelt ist, erhält man hiernach

$$T^1/_2 = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}\,. \tag{100}$$

Wird eine Probe durch eine gleichmäßige Aktivierungsrate $\dot{R}$ aktiviert, so konvergiert die Aktivität des Präparats gegen einen Sättigungswert, der dadurch charakterisiert ist, daß in der Zeiteinheit ebenso viele Kerne zerfallen wie neu entstehen. Für die zeitliche Zunahme der Zahl N der aktiven Atomkerne während der Aktivierung gilt

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \dot{R} - \lambda N\,. \tag{101}$$

Durch Integration von Gl. (101) findet man für N selbst nach einer Aktivierungszeit t

$$N = \frac{\dot{R}}{\lambda}\left(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}\right) = \frac{\dot{R}}{\lambda}\left(1 - 2^{-\frac{t}{T^1/_2}}\right). \tag{102}$$

Oft will man aus der in einer vorgegebenen Meßanordnung gemessenen Zählrate eines radioaktiven Präparats diejenige Zählrate bestimmen, die das Präparat liefern würde, wenn es in einer bestimmten Aktivierungsvorrichtung bis zur Sättigung aktiviert worden wäre. Befand sich das Präparat während des Zeitintervalls t_1 in der Aktivierungsvorrichtung, dann beträgt nach einer Zeitspanne t_2 nach Entfernen des Präparats aus der Aktivierungsvorrichtung die Zahl der im Präparat vorhandenen radioaktiven Atomkerne nach Gl. (99) und (102)

$$N = \frac{\dot{R}}{\lambda}\left(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t_1}\right) \mathrm{e}^{-\lambda t_2}\,. \tag{103}$$

Zwischen N und der Aktivität A des Präparats besteht der Zusammenhang

$$A = \lambda N. \tag{104}$$

A wiederum ist mit der gemessenen Zählrate $\dot{n}$ durch die Beziehung

$$n = pA \tag{105}$$

verknüpft, wenn p die Wahrscheinlichkeit ist, daß ein vom Präparat ausgesandtes Teilchen vom Nachweisgerät registriert wird. Faßt man Gl. (103), (104) und (105) zusammen, so erhält man für die Zählrate

$$\dot{n} = p\dot{R}\,(1 - e^{-\lambda t_1})\, e^{-\lambda t_2}. \tag{106}$$

Hieraus folgt für den Sättigungswert $\dot{n}_s$ der Zählrate $\dot{n}$ (t_1 ist genügend groß und t_2 ist gleich Null)

$$\dot{n}_S = p\dot{R}. \tag{107}$$

Aus der gemessenen Zählrate $\dot{n}$ und den gemessenen Zeiten t_1 und t_2 ergibt sich jetzt für $\dot{n}_s$ nach Gl. (106) unter Berücksichtigung von Gl. (107)

$$\dot{n}_S = \dot{n}\,\frac{e^{\lambda t_2}}{1 - e^{-\lambda t_1}}. \tag{108}$$

Den Verlauf der Aktivierung eines Präparats kann man sich anschaulich folgendermaßen klarmachen:

Man denke sich im Zeitpunkt Null die radioaktiven Atome aus dem bereits bis zur Sättigung aktivierten Präparat aus der Aktivierungseinrichtung entfernt. Im übrigen soll die Aktivierung aber weiterlaufen. Dann bleibt die Gesamtzahl der aktiven Atome weiterhin konstant, nämlich gleich dem Sättigungswert. Die Zahl der aus der Anlage entfernten aktiven Atome nimmt nach Gl. (99) ab. In der Anlage muß also die Differenz zwischen der Sättigungsaktivierung und der Zahl der in der äußeren Probe noch vorhandenen aktiven Atome nachgewachsen sein. Die Zahl der aktiven Atome in der bestrahlten Probe ist demnach $N_0(1 - e^{-\lambda t})$, entsprechend Gl. (102). Bei einer Aktivierung hat es keinen Sinn, die Probe länger als wenige Halbwertszeiten lang zu bestrahlen. Der Gewinn an erwünschter Aktivität ist dann nur noch geringfügig.

Entstehen bei der Bestrahlung einer Probe unabhängig voneinander mehrere aktive Nuklide mit verschiedenen Halbwertszeiten, so kann man im allgemeinen ein bestimmtes von diesen im Verhältnis zu den übrigen besonders intensiv erhalten, wenn man etwa während einer Halbwertszeit des betreffenden Nuklids exponiert. Längeres Bestrahlen läßt die längerlebigen, kürzeres die kürzerlebigen im Verhältnis zu dem gesuchten Nuklid stärker hervortreten.

Solange die Halbwertszeit in der Größenordnung einer möglichen Meßzeit liegt, liefert die Beobachtung des zeitlichen Verlaufs der Zerfallsrate unmittelbar eine Methode zur Bestimmung der Halbwertszeit. Für sehr lange oder extrem kurze Halbwertszeiten muß man dagegen spezielle Methoden anwenden, wie es in den Versuchen 20 und 21 geschieht.

Zur Messung der Halbwertszeit bringt man das betreffende Präparat unter ein Zählrohr oder einen Szintillationszähler und mißt in gegenüber der Halbwertszeit kurzen Zeitabständen die Zählraten. Die Zählraten trägt man nach Abzug der Untergrundstrahlung zweckmäßig auf halblogarithmischem Papier als Funktion der Zeit auf. Enthält das Präparat nur ein einziges radioaktives Isotop, so bekommt man eine Gerade (Fig. 82). Man wählt zwei Punkte auf der Geraden, die möglichst weit voneinander entfernt sind und deren zugehörige Zählraten sich um den Faktor 2^r unterscheiden, wobei r eine ganze Zahl ist. Der Abstand zwischen diesen beiden Punkten auf der Zeitskala ist dann $rT^1/_2$.

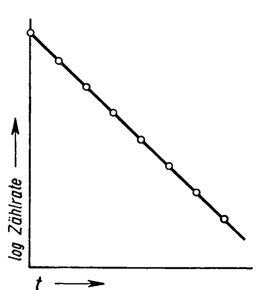


Fig. 82
Zerfallskurve eines einzelnen radioaktiven Isotops. Die Zählrate ist in logarithmischem Maßstab in Abhängigkeit von der Zeit aufgetragen

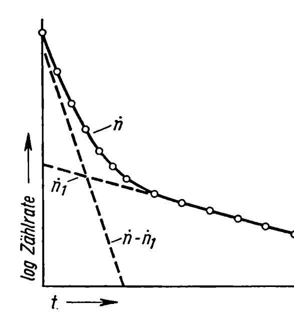


Fig. 83
Zeitlicher Abfall der Zählrate, wenn in einem Präparat zwei radioaktive Isotope mit verschiedenen Halbwertszeiten vorliegen. Die aufgenommene Kurve ist in ihre beiden Komponenten zerlegt.

Enthält das Präparat mehr als ein radioaktives Isotop, wie es oft der Fall ist, wenn das aktivierte Element aus mehreren stabilen Isotopen besteht, so ist die Zerfallskurve des Präparats in halblogarithmischer Darstellung nicht mehr eine Gerade. Fig. 83 zeigt als Beispiel eine Zerfallskurve, die man erhält, wenn zwei radioaktive Isotope vorhanden sind. In dem Maße, wie das Isotop mit der kürzeren Halbwertszeit verschwindet, nähert sich der rechte Teil der Kurve einer Geraden. Aus der Neigung dieser Geraden kann die Halbwertszeit des längerlebigen Isotops bestimmt werden. Die Gerade, die dem Zerfall des Isotops mit der kürzeren Halbwertszeit entspricht, erhält man, indem man die Werte, die der nach links verlängerten Zerfallskurve des Isotops mit der längeren Halbwertszeit entnommen werden, von den zugehörigen Werten der gemessenen Zerfallskurve abzieht.

Im Prinzip läßt sich diese Methode auf ein Gemisch von beliebig vielen aktiven Stoffen anwenden. Praktisch versagt sie aber, sobald die Halbwertszeiten von zweien zu nahe beieinanderliegen. Auch muß die Voraussetzung erfüllt sein, daß die gemessenen Nuklide voneinander unabhängig sind, daß also nicht eines davon als Tochtersubstanz eines bereits vorhandenen nachgebildet wird. Für einen Versuch im Praktikum sind Halbwertszeiten zwischen zehn Sekunden und einer Stunde am zweckmäßigsten. Die Aktivierung wird besonders häufig durch eine (n, γ)-Reaktion durch langsame Neutronen erfolgen. Man wählt dabei eine Substanz mit möglichst hohem Einfangquerschnitt für langsame Neutronen. Besonders geeignet sind Rhodium, Indium und Silber. Da bei Silber zwei radioaktive Nuklide mit geeigneter Halbwertszeit entstehen, nämlich Ag^{108} und Ag^{110}, sei dieser Versuch im folgenden näher beschrieben.

Versuch 20 Messung der Halbwertszeiten von zwei Silberisotopen

Aktiviert man Silber mit einer auf Seite 2 beschriebenen (Ra + Be)-Neutronenquelle, die 10 mg Radium enthält, so benötigt man ein Silberblech von etwa 2—4 g in einer Blechstärke von 0,1—0,5 mm. Das Blech bringt man nach der Aktivierung möglichst schnell entweder unter ein Fensterzählrohr, oder man legt es um den Zylinder eines dünnwandigen Zählrohrs. Solange die Aktivität des Silberblechs sehr stark abnimmt, messe man die Zählraten in kurzen Zeitintervallen von höchstens zehn Sekunden. Der Logarithmus der Zählrate (Nulleffekt abziehen) wird gegenüber der Zeit aufgetragen. Dabei ist es zweckmäßig, halblogarithmisches Papier mit etwa drei Dekaden zu verwenden. Als Zeitpunkt der Messung ist der Mittelwert des jeweiligen Zeitintervalls zu wählen.

Man aktiviere zunächst einmal ungefähr fünf Minuten lang und ermittle aus der Zerfallskurve, die man dann erhält, möglichst genau die Halbwertszeit des längerlebigen Isotops. Der erste Teil der Kurve, bevor sie in halblogarithmischer Darstellung in eine Gerade übergeht, wird hierbei nicht berücksichtigt. Ein zweites Mal aktiviere man nur 20—30 Sekunden lang. Aus den 3—10 Minuten nach Schluß der Aktivierung gemessenen Zählraten erhält man den Anteil des längerlebigen Isotops. Man ziehe die entsprechenden Werte unter Benutzung der vorher bereits genau gemessenen längeren Halbwertszeit von den gesamten Zählraten ab. Die restliche Aktivität ergibt den Anteil des kurzlebigen Isotops, dessen Halbwertszeit jetzt bestimmt werden kann. Nach Gl. (108) berechne man jeweils den Sättigungswert der Zählrate für die beiden Silberisotope.

2.12 Messung der Zerfallskonstanten von langlebigen radioaktiven Nukliden

Ist die Halbwertszeit eines radioaktiven Isotops lang gegenüber der möglichen Meßdauer, so läßt sie sich nicht mehr aus dem Abfall der Zerfallsrate bestimmen. Man muß vielmehr die Zerfallskonstante λ direkt messen und daraus mit Hilfe von Gl. (100) die Halbwertszeit errechnen.

In diesem Versuch soll die Betazerfallskonstante λ_β von K^{40} bestimmt werden. Fig. 84 zeigt das Zerfallsschema von K^{40}. K^{40} ist ein dualer Strahler, das heißt ein Strahler, der zwei verschiedene Umwandlungsmöglichkeiten hat. Ein Teil der K^{40}-Kerne wandelt sich durch Beta-Strahlung in Ca^{40} um, ein anderer Teil durch Elektroneneinfang in A^{40}. Das A^{40}, welches 1% der Erdatmosphäre ausmacht, ist nach Bildung der festen Erdkruste aus K^{40} entstanden. Das Verzweigungsverhältnis für die beiden Zerfallsprodukte konnte durch einen quantitativen Vergleich der Beta-Aktivität und der in diesem Fall mit jedem Elektroneneinfang verbundenen Gamma-Aktivität gemessen werden. Man fand $\lambda_\beta : \lambda_e = 89:11$. Die totale Zerfallskonstante von K^{40} ist gleich der Summe aus der Betazerfallskonstanten und der Zerfallskonstanten für Elektroneneinfang. Die Halbwertszeit von K^{40} muß aus der totalen Zerfallskonstanten berechnet werden. Zwischen der Beta-Aktivität A eines K^{40}-Präparats und der Zahl N

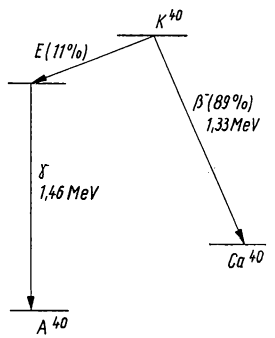


Fig. 84 Zerfallsschema von K^{40}

der in ihm enthaltenen K^{40}-Kerne besteht die Beziehung

$$A = \lambda_\beta N. \tag{109}$$

Durch experimentelle Bestimmung von N und A läßt sich die Betazerfallskonstante λ_β aus Gl. (109) ermitteln.

Bei einem radioaktiven Isotop, welches im natürlichen Isotopengemisch eines Elements vorliegt, läßt sich N berechnen, wenn man die Masse der Probe und ihre chemische Zusammensetzung kennt. Das in der Natur vorkommende Kalium hat die beiden stabilen Isotope K^{39} und K^{41} und das radioaktive Isotop K^{40}. K^{40} ist mit $\alpha = 0{,}011\%$ im natürlichen Isotopengemisch vorhanden.

Ist G die Masse der Probe, M das Molekulargewicht der chemischen Verbindung, aus der die Probe besteht, r die Anzahl der Kaliumatome im einzelnen Molekül der Verbindung und L die Lohschmidt-Konstante, so erhält man für die Zahl der K^{40}-Atome in der Probe

$$N = \frac{\alpha \cdot r \cdot G \cdot L}{M}. \tag{110}$$

Die Beta-Aktivität A der Probe ermittelt man durch eine Vergleichsmessung mit einem Präparat bekannter Stärke, denn wegen der geringen spezifischen Aktivität einer Verbindung, die das natürliche Kalium enthält, muß man ein verhältnismäßig ausgedehntes Kaliumpräparat benutzen und kann deshalb die Aktivität der Probe nicht mit einem 4 π-Zählrohr messen.

Für die Betazählrate einer Probe gilt (vgl. Gl. (88))

$$\dot{n}_\beta = p_\beta A.$$

Besonders einfach und genau wird die Vergleichsmessung, wenn p_β für beide Proben den gleichen Wert hat. Hierzu müssen erstens die beiden Präparate die gleiche geometrische Form und die gleichen Beta-Absorptionseigenschaften besitzen, zweitens muß das Vergleichspräparat das gleiche Betaspektrum aufweisen wie die zu untersuchende Probe. Diese Forderungen werden in unserem Falle hinreichend erfüllt, wenn man als Vergleichspräparat das künstlich radioaktive Isotop Na^{24} benutzt und es zur Vergleichsmessung unter die Kaliumverbindung mischt. Na^{24} hat nahezu das gleiche Betaspektrum wie K^{40} mit einer Maximalenergie von 1,39 MeV. Außerdem kann man ein Na^{24}-Präparat mit so großer spezifischer Aktivität herstellen, daß es bei einer ungefähr gleich großen Aktivität wie die des Kaliumpräparats mengenmäßig vernachlässigbar klein gegenüber dem Kaliumpräparat ist. Mischt man dieses Na^{24}-Präparat unter die Kaliumprobe, so werden weder die Ausdehnung der Probe noch ihre Beta-Absorptionseigenschaften geändert.

Sind A_K und A_{Na} die Aktivitäten des Kalium- bzw. des Na^{24}-Präparats und $\dot{n}_K$ und $\dot{n}_{K+Na}$ die Betazählraten der Kaliumprobe bzw. der Mischung der beiden Präparate, so gilt

$$\dot{n}_K = p_\beta A_K$$

$$\dot{n}_{K+Na} = p_\beta (A_K + A_{Na}).$$

Hieraus folgt

$$A_K = \frac{\dot{n}_K}{\dot{n}_{K+Na} - \dot{n}_K} A_{Na}. \tag{111}$$

Die Aktivität des Na^{24}-Präparats läßt sich durch eine Messung von Beta-Gamma-Koinzidenzen bestimmen (Versuch 18), denn auf das Betateilchen, das von einem Na^{24}-Kern ausgesandt wird, folgen in einer Kaskade zwei Gammaquanten mit einer Energie von 1,37 und 2,75 MeV. Die Halbwertszeit von Na^{24} beträgt 15 Stunden. Das Na^{24}-Präparat soll eine Aktivität von mindestens 40 nc besitzen. Man kann es durch Aktivierung von Natriumkarbonat mit thermischen Neutronen erhalten (s. S. 3). Wiegt die Probe einige zehntel Gramm, so muß der zur Aktivierung notwendige Neutronenfluß etwa $10^6/\text{cm}^2\,\text{s}$ betragen. Steht ein Beschleuniger für mindestens 1 MeV zur Verfügung, so kann man Na^{24} durch einen (d, p)-Prozeß aus dem natürlichen Na^{23} gewinnen.

Die Kaliumprobe wird zur Bestimmung der Zählrate $\dot{n}_K$ in Wasser aufgelöst. Auf diese Weise ist es möglich, das Na^{24}-Präparat für die anschließend auszuführende Messung von $\dot{n}_{K+Na}$ gleichmäßig unter die Kaliumprobe zu mischen. Als Kaliumpräparat ist wegen seiner großen Löslichkeit Kaliumkarbonat besonders geeignet. Die Messung von $\dot{n}_K$ und $\dot{n}_{K+Na}$ führt man zweckmäßig mit einem Flüssigkeitszählrohr durch. Fig. 85 zeigt die Meßanordnung. Der benutzte Meßzylinder faßt etwa 250 cm³ und nimmt 200 g Kaliumkarbonat in wässeriger Lösung auf. Zur Messung des Gamma-Untergrundes wird über das Zählrohr eine Kunststoffhülle von etwa 3 mm Wandstärke geschoben.

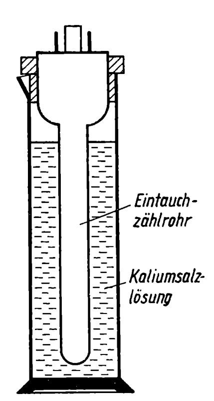


Fig. 85
Meßanordnung zur Bestimmung der Beta-Zerfallskonstanten von K^{40}

Versuch 21 Messung der Zerfallskonstanten von Kalium 40

Die Aktivität A_{Na} eines Na^{24}-Präparats ist nach der in Versuch 18 beschriebenen Koinzidenzmeßmethode zu ermitteln. Der Aluminiumabsorber, der zur Messung des Gamma-Untergrundes vor das Fenster des Betazählrohrs gebracht wird, muß eine Stärke von mindestens 2,5 mm haben. Man vermerke den Zeitpunkt der Messung, da die Aktivität des Na^{24}-Präparats bereits während des Versuchs merklich abnimmt.

Ein Kaliumpräparat wird gewogen und dann in Wasser aufgelöst. Nach Gl. (110) ist die Zahl N der K^{40}-Atome im Präparat zu berechnen.

In die Kaliumsalzlösung wird ein Flüssigkeitszählrohr getaucht und die Zählrate $\dot{n}_K$ gemessen. Dann bringe man das Na^{24}-Präparat in die Kaliumsalzlösung und löse es unter Rühren mit einem Glasstab auf. Durch Messung der Betazählrate wird jetzt $\dot{n}_{K+Na}$ bestimmt. Nun kann man nach Gl. (111) die Beta-Aktivität A_K des Kaliumpräparats ermitteln. Für die Größe A_{Na} ist dabei der Wert einzusetzen, den sie zum Zeitpunkt der Messung von $\dot{n}_{K+Na}$ besitzt.

Nach Gl. (109) ist die Zerfallskonstante für die Beta-Umwandlung von K^{40} zu berechnen.

2.13 Messung von kurzen Halbwertszeiten mit Hilfe verzögerter Koinzidenzen

Sehr kurze Halbwertszeiten lassen sich häufig durch Beobachtung von verzögerten Koinzidenzen messen. Durch diese stellt man fest, mit welcher Zählrate eine bestimmte Ereignisfolge, zum Beispiel die Emission eines Betateilchens und die eines Gammaquants, in einem durch die Apparatur einstellbaren sehr kurzen zeitlichen Abstand eintritt.

Eine Vorrichtung zur Messung verzögerter Koinzidenzen erhält man, wenn man die auf Seite 75 besprochene Koinzidenzmeßapparatur dahingehend erweitert, daß man in einen der beiden Eingangskanäle, zum Beispiel in Kanal 1 (Fig. 76), zwischen Impulsformerstufe und Koinzidenzstufe noch eine Stufe einschaltet, deren Wirkung darin besteht, die ausgehenden Impulse gegenüber den eingehenden um einen vorgegebenen Zeitbetrag t zu verzögern. Die Koinzidenzstufe liefert jetzt nur dann einen Ausgangsimpuls, wenn ein in Kanal 2 registrierter Impuls auf einen in Kanal 1 registrierten Impuls in einem Zeitabstand folgt, welcher zwischen $t-\tau_K$ und $t+\tau_K$ liegt. τ_K ist hierbei die Auflösungszeit der Koinzidenzmeßapparatur.

Mit Hilfe einer solchen Meßvorrichtung läßt sich die Halbwertszeit eines kurzlebigen radioaktiven Strahlers bestimmen, der aus einer radioaktiven Muttersubstanz hervorgeht. Wird die Strahlung, die von der Muttersubstanz herrührt, in dem Kanal, der die Verzögerungsstufe enthält, registriert und die Strahlung der Tochtersubstanz in dem anderen Kanal, so erhält man unter der Voraussetzung, daß τ_K klein ist gegenüber t, unmittelbar die Zerfallskurve der Tochtersubstanz, indem man die Koinzidenzrate als Funktion der Verzögerungszeit aufträgt. Besondere Bedeutung hat diese Meßmethode zur Bestimmung der mittleren Lebensdauer des angeregten Zustands eines radioaktiven Folgeproduktes. Es ist hier möglich, Halbwertszeiten bis zu ungefähr 10^{-10} s herunter zu messen. Bei Verzögerungszeiten, die nicht kürzer sind als etwa 10^{-7} s, erhält die Verzögerungsstufe gewöhnlich einen Univibrator (s. S. 56), der von den Eingangsimpulsen angestoßen wird und Impulse liefert, deren Länge der gewünschten Verzögerungszeit entsprechen. Bei kürzeren Verzögerungszeiten als 10^{-7} s werden Verzögerungsleitungen benutzt.

Wie auf Seite 77 wird man auch hier verlangen, daß die Zahl der Zufallskoinzidenzen klein ist gegenüber der Zahl der echten Koinzidenzen. Für die Zahl der Zufallskoinzidenzen gilt wiederum Gl. (93)

$$\dot{n}_Z = 2\tau_K n_1 n_2$$

oder, wenn man Beta-Gamma-Koinzidenzen beobachtet,

$$\dot{n}_Z = 2\tau_K p_\beta p_\gamma A^2. \tag{112}$$

Ist λ die Zerfallskonstante der Tochtersubstanz und gilt $\tau_K \ll \frac{1}{\lambda}$, so erhält man für die Zahl der echten verzögerten Koinzidenzen in diesem Fall

$$\dot{n}_{\beta\gamma} = p_\beta p_\gamma (2\tau_K \lambda e^{-\lambda t}) A. \tag{113}$$

Der Ausdruck in der Klammer gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß ein angeregter Tochterkern t s nach seiner Entstehung in dem Zeitintervall $2\tau_K$ in

seinen Grundzustand übergeht (Fig. 87). Die Forderung $\dot{n}_Z < \dot{n}_{\beta\gamma}$ bedeutet nach Gl. (112) und Gl. (113)

$$A < \lambda e^{-\lambda t}. \tag{114}$$

In dieser Beziehung kommt die Auflösungszeit τ_K nicht vor. Die Zahl der Zufallskoinzidenzen nimmt zwar ab, wenn man τ_K kürzer macht, in dem gleichen Maße wird diesmal aber auch die Zahl der echten Koinzidenzen kleiner.

Für einen entsprechenden Praktikumsversuch ist zum Beispiel das künstlich radioaktive Isotop Hafnium 181 geeignet, ein käufliches Nuklid mit 46 Tagen Halbwertszeit. Dieses geht zunächst durch Betazerfall in ein Isomer von Tantal 181 über, das wir im folgenden mit Ta^{181is} bezeichnen wollen. Ta^{181is} geht mit einer Halbwertszeit von mehreren Mikrosekunden durch Aussendung einer Kaskade von Gammaquanten in den Grundzustand von Ta^{181} über. Das Termschema zeigt Fig. 86. Durch den Versuch soll die Halbwertszeit des angeregten Zustandes Ta^{181is} bestimmt werden.

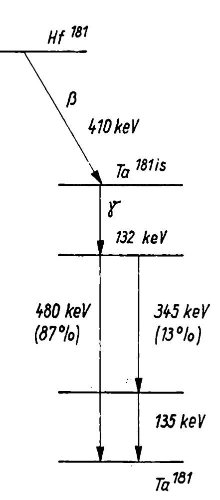


Fig. 86
Zerfallsschema von Hf^{181}

Die elektronische Ausrüstung entspricht der auf Seite 78 beschriebenen, nur ist in den einen Kanal des Koinzidenzmeßgerätes noch eine Verzögerungsstufe einzuschalten. Fig. 88 zeigt das Schaltbild einer solchen Stufe.

Es handelt sich um eine Univibratorschaltung, bei der die Rückkopplung von dem zweiten Triodensystem über den gemeinsamen Kathodenwiderstand der beiden Trioden erfolgt. Es läßt sich durch Differentiation (s. S. 48) des negativen Rechteckausgangsimpulses eine positive Spannungsspitze erzeugen, die

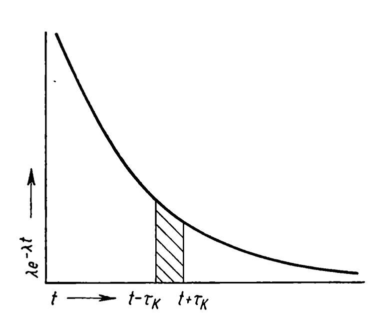


Fig. 87
Zerfallsrate eines angeregten Tochterkerns t s nach seiner Entstehung. Der schraffierte Bereich gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß der Tochterkern t s nach seiner Entstehung in dem Zeitintervall $2\tau_K$ in seinen Grundzustand übergeht

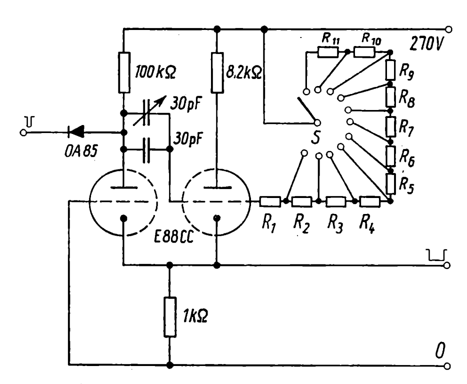
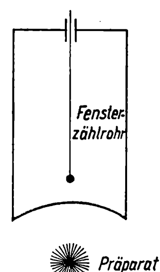
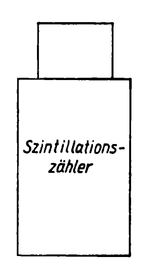
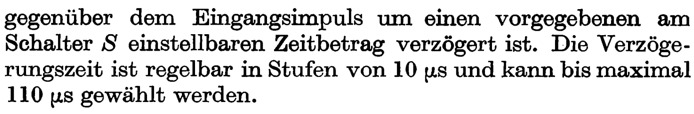


Fig. 88
Schaltbild einer Verzögerungsstufe, bei der die Verzögerungszeit in Stufen von etwa 10 µs bis auf einen Wert von maximal 110 µs eingestellt werden kann. Die Widerstände R_1 bis R_{11} betragen je 560 kΩ.






gegenüber dem Eingangsimpuls um einen vorgegebenen am Schalter S einstellbaren Zeitbetrag verzögert ist. Die Verzögerungszeit ist regelbar in Stufen von 10 μs und kann bis maximal 110 μs gewählt werden.

An die Koinzidenzmeßanordnung werden hier keine besonderen Anforderungen gestellt, da unechte verzögerte Koinzidenzen nicht auftreten. Man wird den Beta- und Gammazähler nahe an das Präparat bringen, um eine möglichst große Anzahl der vom Präparat ausgesandten Partikel zu registrieren. Fig. 89 zeigt eine brauchbare Zähleranordnung. Die Stärke des Hf^{181}-Präparats beträgt zweckmäßigerweise etwa 1 μc.

Die Zahl der Zufallskoinzidenzen ist natürlich unabhängig von der eingestellten Verzögerungszeit. Sie wird wie im dritten Versuch aus der Zahl der in Kanal 1 und Kanal 2 gemessenen Einzelimpulse und derAuflösungszeit τ_K der Koinzidenzmeßapparatur berechnet. τ_K betrage etwa 2 μs.

Fig. 89 Schematische Zähleranordnung bei der Messung verzögerter Koinzidenzen

Versuch 22 Messung der Halbwertszeit von Ta^{181is}

Zunächst ermittle man die Auflösungszeit des Koinzidenzmeßgerätes (vgl. Versuch 17).

Die Halbwertszeit von Ta^{181is} wird dann folgendermaßen bestimmt:

Man zähle in der Koinzidenzmeßanordnung bei Verwendung eines Hf^{181}-Präparats die Zahl der Beta-Gamma-Koinzidenzen in Abhängigkeit von der Verzögerungszeit der Beta-Impulse gegenüber den Gamma-Impulsen. Die Verzögerungszeit ist hierbei von 10—80 μs in Schritten von etwa 10 μs zu vergrößern.

Dann zähle man die Einzelimpulse in Kanal 1 und Kanal 2 und berechne die Anzahl der Zufallskoinzidenzen.

Die Zahl der Beta-Gamma-Koinzidenzen wird nach Abzug der Zufallskoinzidenzen als Funktion der Verzögerungszeit auf halblogarithmisches Papier aufgetragen. Aus der Kurve kann die Halbwertszeit von Ta^{181is} unmittelbar bestimmt werden (vgl. S. 82).

2.2 Kernspektroskopie

2.21 Bestimmung der Maximalenergie von Betastrahlen aus Absorptionsmessungen

Eine einfache Methode zur Bestimmung der Maximalenergie der beim Betazerfall eines radioaktiven Isotops ausgesandten Betateilchen beruht auf Messungen ihrer Reichweite in Materie. Unter der Reichweite versteht man den Abstand, den ein Teilchen von seiner Quelle aus erreicht, bevor es zur Ruhe kommt.

Auf Grund von Vergleichsmessungen mit magnetischen Spektrometern (s. S. 98) wurden von verschiedenen Autoren empirische Beziehungen der Maximalenergie E der Betateilchen und ihrer Höchstreichweite R in einem Absorber aufgestellt.

Für $E > 0{,}8$ MeV besteht die lineare Beziehung

$$R = aE - b.$$

Die Konstanten sind dabei nach Glendenin¹)

$$a = 0{,}542 \frac{\text{g Al}}{\text{cm}^2\,\text{MeV}}; \quad b = 0{,}133 \frac{\text{g Al}}{\text{cm}^2}.$$

Andere Autoren geben etwas abweichende Werte für die Konstanten an, was zum Teil durch die nicht ganz einheitliche Definition der Reichweite bedingt ist.

Für $0{,}15\,\text{MeV} < E < 0{,}8\,\text{MeV}$ gilt nach Glendenin

$$R = 0{,}407 \left(\frac{E}{\text{MeV}}\right)^{1{,}38} \cdot \text{g Al/cm}^2.$$

In Fig. 90 ist diese Reichweite-Energie-Beziehung für Betastrahlen graphisch aufgetragen.

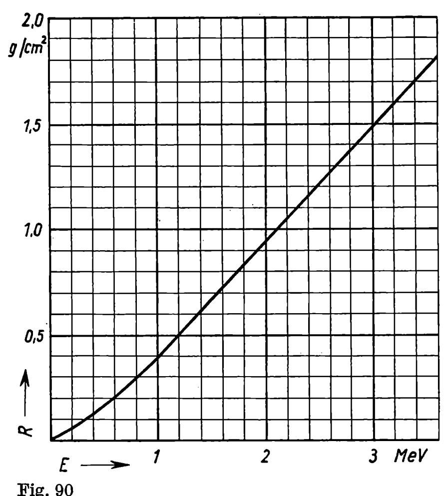


Fig. 90
Reichweite von Betastrahlen in Aluminium in Abhängigkeit von ihrer Energie

Im folgenden Versuch sollen Beta-Absorptionskurven aufgenommen werden und aus ihnen auf verschiedene Weise die Höchstreichweiten R und damit die Höchstenergien der Betateilchen einiger Strahler bestimmt werden.

Schnelle geladene Teilchen verlieren beim Durchgang durch Materie ihre Energie durch elektromagnetische Wechselwirkung mit den Atomen beziehungsweise Molekülen der durchstrahlten Substanz. Während die Bahn eines schnellen Ions, zum Beispiel eines Alphateilchens, im wesentlichen geradlinig ist, werden Elektronen durch Streuung an den Atomkernen und Hüllenelektronen mehrfach um mehr oder weniger große Winkelbeträge aus ihren Richtungen abgelenkt. Ihre Bahnen weisen eine Anzahl von Knicken auf, die effektive Reichweite von Elektronen gleicher Energie ist nicht einheitlich. Die Elektronen, die beim Betazerfall eines radioaktiven Isotops auftreten, haben überdies ein kontinuierliches Energiespektrum (Fig. 91). Die gesamte Zerfallsenergie ist zwar bei jedem Zerfall die gleiche, aber ein Teil der Energie wird von einem Neutrino mitgenommen, welches gleichzeitig mit dem

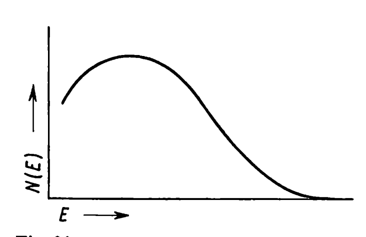


Fig. 91
Kontinuierliches Energiespektrum eines Betastrahlers

¹) Glendenin, L. E., Nucleonics 2 [1] 12, 1948.

Betateilchen ausgesandt wird. Fig. 92 zeigt eine Beta-Absorptionskurve, wie sie erhalten wird, wenn ein kontinuierliches Beta-Energiespektrum vorliegt. Die Kurve fällt mit wachsender Absorberdicke ziemlich schnell ab und nähert sich in sehr flachem Verlauf dem Wert Null.

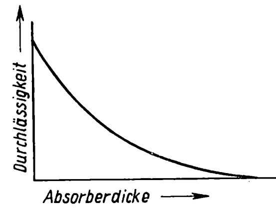


Fig. 92
Beta-Absorptionskurve bei Vorliegen eines kontinuierlichen Beta-Energiespektrums. Die Durchlässigkeit des Absorbers ist in Abhängigkeit von seiner Dicke aufgetragen

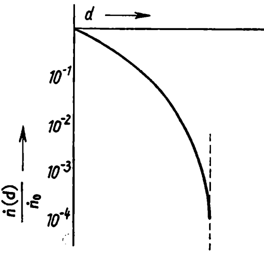


Fig. 93
Beta-Absorptionskurve, bei der die Durchlässigkeit in logarithmischem Maßstab aufgetragen ist

Um aus der Absorptionskurve die Höchstreichweite der Betastrahlen zu ermitteln, ist es deshalb zweckmäßig, in der Kurvendarstellung den Ordinatenmaßstab logarithmisch zu wählen (Fig. 93). In dieser Darstellung nähert sich die Kurve mit wachsender Absorberdicke asymptotisch einer Geraden, welche parallel zur Ordinatenachse verläuft. Der Schnittpunkt dieser Geraden mit der Abszissenachse gibt die Höchstreichweite der von der Quelle ausgesandten Betateilchen.

Die Aufnahme einer Beta-Absorptionskurve erfolgt gewöhnlich mit einem Fensterzählrohr. Es macht sich hier störend bemerkbar, daß Zählrohre auch eine gewisse Ansprechwahrscheinlichkeit für Gammastrahlen besitzen. Die Absorptionskurven, die man erhält, wenn man die Zählraten als Funktion der Dicke des Absorbers vor dem Zählrohrfenster aufträgt, sehen deshalb aus wie in Fig. 94 (die Zählraten sind bereits bezüglich der natürlichen Untergrundstrahlung korrigiert).

Im Fall a) erfolgt der radioaktive Zerfall durch einfachen Beta-Übergang des Mutterkerns in den Grundzustand des Tochterkerns, ohne daß dabei eine Kerngammastrahlung auftritt. Auch bei großen Absorberdicken werden noch Zählimpulse registriert. Sie rühren von der durch die Elektronen verursachten Bremsstrahlung her. Ihre Zahl ist allerdings relativ klein. Zieht man diesen Untergrund von der Gesamtzählrate ab, so läßt sich aus dem asymptotischen Verlauf der Kurve die Höchstreichweite der Betateilchen bestimmen.

Im Fall b) geht der Mutterkern durch Betazerfall zunächst in einen angeregten Zustand des Tochterkerns über. Anschließend erfolgt durch Aussendung eines

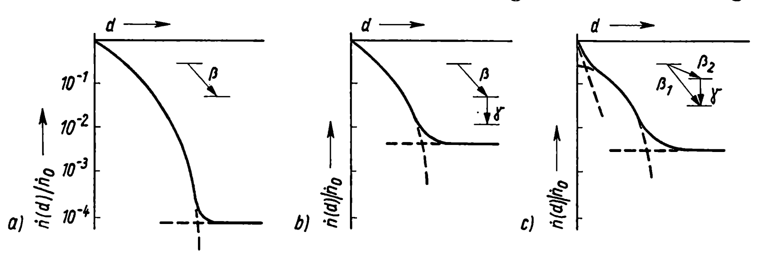


Fig. 94 Drei verschiedenartige typische Absorptionskurven, die man bei Verwendung eines Auslösezählrohres zum Nachweis der Betateilchen erhält. Das jeweilige Zerfallsschema ist in den Abbildungen eingezeichnet. Die Ordinatenachsen sind logarithmisch geteilt

Gammaquants ein Übergang in den Grundzustand. In diesem Fall ist der Gamma-Untergrund beträchtlich größer. Eine Bestimmung der Höchstreichweite der Betateilchen nach der gleichen Methode wie im Fall a) wird jetzt ziemlich ungenau.

Man bedient sich hier besser einer Vergleichsmethode von Feather. Sie beruht auf folgendem: Es werden für das zu untersuchende Präparat und für ein Vergleichspräparat, dessen Beta-Absorptionskurve man sehr gut kennt, die Absorberdicken verglichen, welche nötig sind, um die Zählraten jeweils auf einen bestimmten Bruchteil ihres Betrages, den man ohne Absorber erhält, herabzusetzen. In der Praxis sieht das so aus (Fig. 95): Bei der Absorptionskurve des Vergleichspräparats wird der Abszissenabschnitt zwischen 0 und R in 10 gleiche Teile geteilt. Die einzelnen Teilpunkte werden in der in Fig. 95a angedeuteten

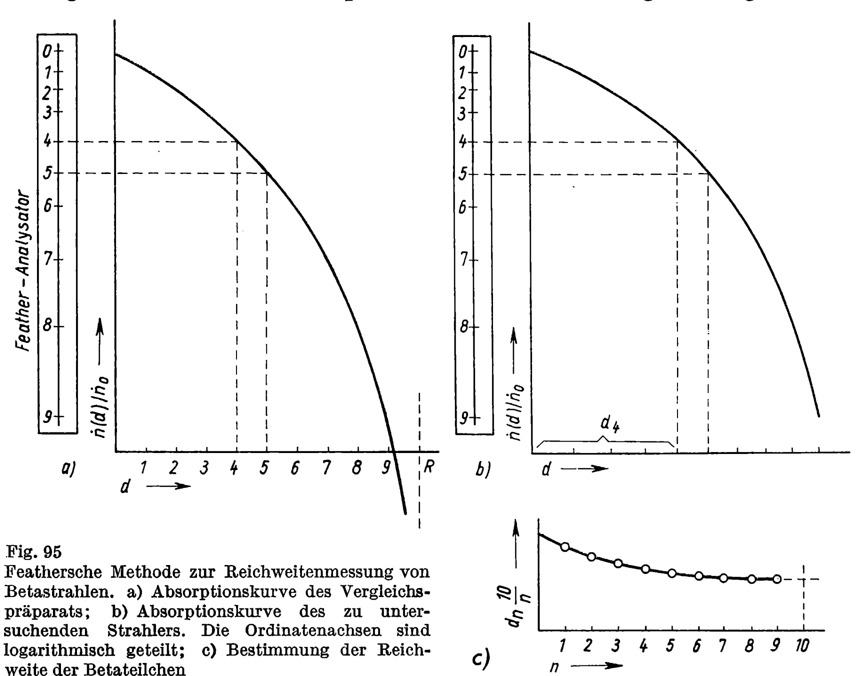


Fig. 95
Feathersche Methode zur Reichweitenmessung von Betastrahlen. a) Absorptionskurve des Vergleichspräparats; b) Absorptionskurve des zu untersuchenden Strahlers. Die Ordinatenachsen sind logarithmisch geteilt; c) Bestimmung der Reichweite der Betateilchen

Weise auf die Ordinatenachse projiziert. Die Ordinatenwerte werden auf einen Kartonstreifen, den sogenannten Feather-Analysator übertragen. Dieser Streifen wird bei der Absorptionskurve des zu untersuchenden Präparats, welche vorher bezüglich des Gamma-Untergrundes korrigiert worden ist, an die Ordinatenachse angelegt. Die Teilpunkte des Streifens werden in der in Fig. 95b skizzierten Weise auf die Abszissenachse projiziert. Man erhält so verschiedene Abszissenwerte d_n. Als letzter Schritt wird die Größe $d_n \cdot 10/n$ als Funktion von n aufgetragen. Es entsteht eine Kurve, aus der man die Reichweite der Betateilchen des zu untersuchenden Präparats gewinnt, wenn man die Kurve auf den Abszissenwert $n = 10$ extrapoliert (Fig. 95c). Die Kurve ist eine Gerade parallel zur

Abszissenachse, wenn die Absorptionskurven des zu untersuchenden Präparats und des Vergleichspräparats geometrisch ähnlich sind. Es ist zweckmäßig, die Vergleichsmethode von Feather auch bei einem reinen Betastrahler anzuwenden, wenn wegen einer zu kleinen Präparatstärke der Verlauf der Absorptionskurve bei größeren Absorberdicken nicht mehr genügend genau ermittelt werden kann.

Eine Absorptionskurve wie in Fig. 94c tritt bei einem komplexen Betazerfall auf. Man versucht zunächst die Kurve, wie in der Abbildung angedeutet, in ihre Komponenten zu zerlegen. Anschließend können die einzelnen Kurven nach der Featherschen Methode untersucht werden. Die Ergebnisse sind hier aber immer sehr ungenau; bei mehr als zwei Komponenten versagt die Methode völlig. Hier ist man auf magnetische Betaspektrometer angewiesen.

Versuch 23 Aufnahme der Absorptionskurve für einen Betastrahler

Für diesen Versuch ist zum Beispiel ein P^{32}-Präparat gut geeignet. P^{32} ist ein reiner Betastrahler mit einer Maximalenergie von 1,71 MeV. Die Gesamtaktivität des Präparats betrage 0,2—1 μc.

Um die Absorptionskurve eines P^{32}-Präparats aufzunehmen, bringe man dicht vor das Fenster eines Betazählrohrs Aluminiumbleche, deren Dicke schrittweise zu vergrößern ist, und messe die jeweiligen Zählraten. Diese werden nach Abzug des Nulleffekts als Funktion der Absorberdicke (unter Berücksichtigung des Gewichts des Zählrohrfensters und der Luftstrecke zwischen Präparat und Absorber) auf halblogarithmisches Papier aufgetragen. Aus dem asymptotischen Verlauf der Kurve läßt sich die Höchstreichweite der Betastrahlen bestimmen.

Versuch 24 Messung der Maximalenergie von Betastrahlern nach der Methode von Feather

Man bestimme die Höchstreichweite der Betastrahlen von UX2 und RaE nach der Featherschen Methode. Als Vergleichskurve benutze man die Absorptionskurve von P^{32}, die in Versuch 22 ermittelt wurde. Die Präparatstärken betragen zweckmäßigerweise 0,1 μc.

UX2 ist ein Glied der Uran-Radiumreihe und läßt sich zusammen mit seiner Muttersubstanz UX1 durch Lösungsmittelextraktion nach der in Versuch 41 beschriebenen Methode vom U^{238} abtrennen. UX1 ist ein weicher Betastrahler mit einer Betamaximalenergie von 0,19 MeV und einer Halbwertszeit von 24,1 Tagen. UX2 hat eine Halbwertszeit von nur 1,2 Minuten und setzt sich demnach bereits nach wenigen Minuten mit UX1 ins Gleichgewicht. Die Betastrahlung von UX1 wird durch einen Aluminiumabsorber von 20 mg/cm² Stärke praktisch absorbiert.

RaE ist die Tochtersubstanz von RaD. Die Betastrahlen von RaD haben die verhältnismäßig kleine Maximalenergie von 0,025 MeV, so daß sie durch das Zählrohrfenster bereits absorbiert werden. Da es sich beim radioaktiven Zerfall von RaE um einen verbotenen Übergang handelt, sind die Absorptionskurven von P^{32} und RaE nicht geometrisch ähnlich. Um die Höchstreichweite der Betastrahlen von RaE zu ermitteln, ist deshalb eine Extrapolation entsprechend der Darstellung in Fig. 95c durchzuführen.

Aus den Höchstreichweiten ist an Hand von Fig. 90 die Maximalenergie der Betastrahlen anzugeben.

2.22 Aufnahme von Gammaspektren mit einem Szintillationsspektrometer

Ein Szintillationszähler kann in Verbindung mit einem elektronischen Impulshöhenanalysator dazu benutzt werden, das Energiespektrum einer ionisierenden Strahlung aufzunehmen; denn die Intensität der Lichtblitze, die die nachzuweisenden Teilchen im Szintillationskristall erzeugen, und damit die Höhe der elektrischen Impulse, die der nachgeschaltete Photovervielfacher liefert, hängen von der im Kristall freiwerdenden Energie der Teilchen ab. Er eignet sich im Prinzip als Alpha-, Beta- oder Gammaspektrometer.

In dem folgenden Versuch ist die Energie der Gammastrahlen zu ermitteln, die von einem radioaktiven Isotop ausgesandt werden. Bei der Aufnahme eines Gammaspektrums mit einem Szintillationsspektrometer beobachtet man neben den Linien, die den Gamma-Energien des Strahlers entsprechen, im allgemeinen noch weitere mehr oder weniger ausgeprägte Linien, die ihre Ursache in den verschiedenartigen Absorptionsvorgängen für Gammastrahlen in Materie haben. Eine genaue Kenntnis dieser Vorgänge ist für die Auswertung des Spektrums notwendig.

Die Absorption von Gammastrahlen beim Durchgang durch Materie erfolgt im wesentlichen durch drei Effekte: durch Photoabsorption, durch Compton-Streuung und bei genügend hoher Energie der Gammastrahlen durch Paarbildung. In allen drei Fällen werden schnelle Elektronen erzeugt, und erst diese erzeugen im Szintillationskristall einen Lichtblitz. Die Energie, welche diese Elektronen mitbekommen und anschließend an den Kristall abgeben, ist maßgebend für die Intensität der Lichtblitze, die im Szintillationskristall beim Auftreffen der Gammaquanten entstehen.

Ist $h\nu$ die Energie des Gammaquants, so ist die kinetische Energie, die ein Elektron bei der photoelektrischen Absorption des Gammaquants erhält,

$$E = h\nu - E_{\mathrm{B}}, \tag{115}$$

wenn E_{B} die Bindungsenergie des Elektrons in der Atomhülle ist. Der atomare Wirkungsquerschnitt für diese Reaktion ist proportional der vierten bis fünften Potenz der Ordnungszahl des Absorbers und nimmt mit wachsender Energie der Gammaquanten ab.

Fig. 96 Compton-Effekt

Die Energie, die bei der Compton-Streuung (Fig. 96) auf ein Elektron übertragen wird, hat den Wert

$$E = \frac{h\nu}{1 + \dfrac{m_0 c^2}{h\nu(1 - \cos\vartheta)}}, \tag{116}$$

wenn ϑ der Streuwinkel des Gammaquants ist und $m_0 c^2$ die Ruheenergie des Elektrons bedeutet, welche 511 keV beträgt. Die maximale Energie wird auf das

Elektron übertragen, wenn das Gammaquant um 180° gestreut wird. Sie hat den Wert

$$E_{\max} = \frac{h\nu}{1 + \frac{m_0 c^2}{2 h\nu}}\,. \tag{117}$$

Der atomare Wirkungsquerschnitt für die Compton-Streuung ist der Ordnungszahl des Absorbers proportional und nimmt ebenfalls mit wachsender Energie der Gammaquanten ab, aber lange nicht so stark wie der für den Photoeffekt.

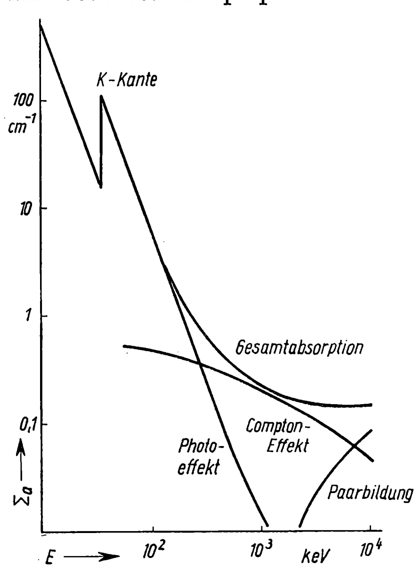


Fig. 97
Gamma-Absorptionskoeffizient von NaJ in Abhängigkeit von der Energie der Gammastrahlen. Der totale Absorptionskoeffizient setzt sich aus verschiedenen Komponenten zusammen, die durch Photoeffekt, Compton-Effekt und Paarbildung bedingt sind.

Ist die Gamma-Energie größer als $2\,m_0 c^2$, also größer als 1022 keV, so kann das Gammaquant absorbiert werden, indem es ein Elektron-Positron-Paar erzeugt. Die kinetische Energie des Elektrons und Positrons zusammen beträgt in diesem Fall

$$E = h\nu - 2\,m_0 c^2. \tag{118}$$

Der atomare Wirkungsquerschnitt für die Gamma-Absorption durch Paarbildung ist proportional dem Quadrat der Ordnungszahl des Absorbers. Oberhalb des Schwellenwerts von 1022 keV wächst der Absorptionsquerschnitt in Abhängigkeit von der Gamma-Energie zunächst entsprechend $(h\nu - 2\,m_0 c^2)^2$. Für höhere Gamma-Energien wird die Zunahme schwächer.

In Fig. 97 sind die Gamma-Absorptionskoeffizienten von NaJ für verschiedene Gamma-Energien aufgetragen. Neben den Werten für den totalen Absorptionskoeffizienten sind die Werte der einzelnen Komponenten aufgezeichnet, aus denen sich der totale Absorptionskoeffizient zusammensetzt. Mit Thallium aktivierte NaJ-Kristalle werden in der Gammaspektroskopie wegen der hohen Ordnungszahl der in ihnen vorhandenen Jodatome besonders häufig verwendet.

Die in Gl. (115)—(118) angegebenen Energien werden primär bei der Absorption eines Gammaquants im Szintillationskristall an ein Elektron übertragen. Sekundär können noch weitere Energiebeträge an den Kristall abgegeben werden. Bei der Photoabsorption eines Gammaquants wird ein Elektron aus einer der inneren Atomschalen entfernt. Die Lücke wird von einem Elektron der äußeren Schalen wieder aufgefüllt, wobei ein Röntgenquant oder ein Auger-Elektron ausgesandt werden. Beide Strahlenarten werden mit großer Wahrscheinlichkeit im Kristall absorbiert. Die Gesamtenergie, die bei der Photo-

absorption eines Gammaquants an den Kristall abgegeben wird, ist also im allgemeinen gleich der Energie des Gammaquants. Tritt Compton-Streuung als Primärprozeß auf, so kann unter Umständen auch das gestreute Gammaquant im Kristall absorbiert werden. Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist um so höher, je größer der Kristall ist. In diesem Fall ist die Gesamtenergie, die an den Kristall abgegeben wird, ebenfalls gleich der Energie des einfallenden Gammaquants. Bei der Gamma-Absorption durch Paarbildung schließlich bestehen folgende Möglichkeiten: Nachdem das Positron im Kristall zur Ruhe gekommen ist, zerstrahlt es zusammen mit einem Elektron unter Aussendung zweier Gammaquanten, welche in entgegengesetzter Richtung fliegen und jedes für sich eine Energie von 511 keV mitnehmen. Wird keines der beiden Gammaquanten im Kristall absorbiert, so entspricht die im Kristall freiwerdende Energie dem in Gl. (118) angegebenen Betrag. Wird hingegen ein einzelnes Gammaquant der Vernichtungsstrahlung im Kristall absorbiert, so beträgt die gesamte an den Kristall abgegebene Energie

$$E = h\nu - m_0 c^2. \qquad (119)$$

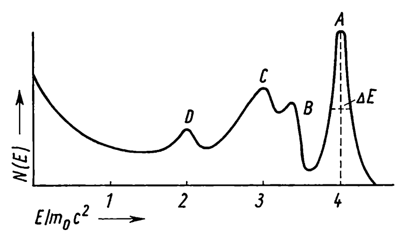


Fig. 98
Impulshöhenspektrum, das ein NaJ-Kristall von etwa 10 cm³ Größe liefert, wenn die Energie der eingestrahlten Gammaquanten 4 m_0c^2 beträgt

Werden beide Gammaquanten der Vernichtungsstrahlung im Kristall absorbiert, so ist die freiwerdende Energie wiederum gleich der Energie des primär auftreffenden Gammaquants.

Aus den obigen Überlegungen folgt, daß das Impulshöhenspektrum, welches man bei der Untersuchung von Gammastrahlen mit einem Szintillationsspektrometer erhält, eine sorgfältige Interpretation verlangt, um aus ihm die Energie der auftreffenden Gammastrahlen zu ermitteln. Fig. 98 zeigt schematisch ein Impulshöhenspektrum, das man bei Benutzung eines NaJ-Kristalls von etwa 10 cm³ Größe gewinnt, wenn die Energie der auftreffenden Gammaquanten 4 m_0c^2 beträgt. Die Linie A entspricht der Gesamtenergie des Gammaquants. B ist die sogenannte Compton-Kante, deren Energie nach Gl. (117) bei 3,55 m_0c^2 liegt. Die Linien C und D kommen dadurch zustande, daß ein beziehungsweise beide Gammaquanten der Vernichtungsstrahlung, die im Zusammenhang mit der Gamma-Absorption durch Paarbildung auftreten, den Kristall verlassen.

Je größer der Szintillationskristall ist, um so höher ist die Wahrscheinlichkeit, daß die gesamte Energie eines auftreffenden Gammaquants im Kristall frei wird; die Linie A tritt immer ausgeprägter gegenüber den anderen Linien in Erscheinung.

Ein großer Kristall bringt aber auch gewisse Nachteile mit sich. Werden beim radioaktiven Zerfall eines Isotops Gammastrahlen in einer Kaskade ausgesandt, so treten bei Verwendung eines großen Szintillationskristalls in starkem Maße sogenannte Summenlinien auf, die dadurch entstehen, daß sämtliche Gammakomponenten der Kaskade oder ein Teil von ihnen gleichzeitig absorbiert werden. Bei einem komplizierten Zerfallsschema erschweren diese Summenlinien die Interpretation des Impulshöhenspektrums.

Neben den Linien, die auf Grund der verschiedenen Absorptionsvorgänge im Kristall im Spektrum vorhanden sind, beobachtet man häufig noch weitere Linien, die ihre Ursache in der Wechselwirkung der zu untersuchenden Gammastrahlung mit der Abschirmung des Szintillationszählers haben. Energiereiche Gammastrahlung erzeugt zum Beispiel in der Abschirmung Vernichtungsstrahlung, welche vom Szintillationskristall registriert werden kann. Außerdem können von der Abschirmung gestreute Gammaquanten in den Kristall gelangen. Da es sich hierbei besonders häufig um eine Compton-Streuung der primären Gammaquanten um einen sehr großen Winkel nahe bei 180° handelt, besitzt die gestreute, auf den Kristall treffende Gammastrahlung (vgl. Gl. (117)) etwa die Energie

$$h\nu' = h\nu - \frac{h\nu}{1 + \frac{m_0 c^2}{2 h\nu}} . \tag{120}$$

Schließlich kann auch die Fluoreszenzstrahlung des Abschirmungsmaterials im Szintillationsspektrum beobachtet werden.

In welchem Maße mit einem Szintillationsspektrometer einzelne Linien des Spektrums noch getrennt beobachtet werden können, hängt von seinem Auflösungsvermögen ab. Die Auflösung des Spektrometers für eine bestimmte Energie E ist definiert als das Verhältnis dieser Energie zu der Breite ΔE der entsprechenden Photoabsorptionslinie in ihrer halben Höhe (vgl. Fig. 98). Sie ist prinzipiell begrenzt durch die statistischen Schwankungen in der Zahl der Photoelektronen, die an der Photokathode des Photovervielfachers ausgelöst werden (s. S. 26). Inhomogenitäten im Szintillationskristall, nicht genügend gute Lichtreflexion an den Begrenzungen des Kristalls und unzweckmäßige optische Ankopplung des Kristalls an den Photovervielfacher verschlechtern das Auflösungsvermögen des Spektrometers.

Die spektrale Verteilung der elektrischen Impulse, die der Photovervielfacher liefert, wird mit Hilfe eines Impulshöhenanalysators ermittelt. Dieser erlaubt die Registrierung solcher elektrischen Impulse, deren Amplitude zwischen zwei vorgegebenen Werten liegt, zum Beispiel zwischen H und $H + \Delta H$. Indem bei festgehaltener „Kanalbreite“ ΔH der „Schwellenwert“ H variiert wird, kann das Impulshöhenspektrum ermittelt werden.

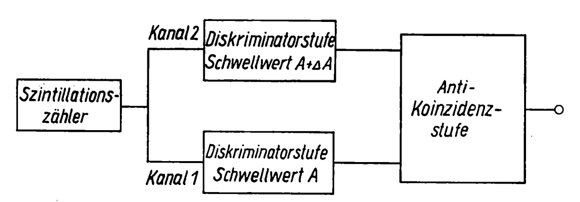


Fig. 99 Blockschaltbild eines elektrischen Impulshöhenanalysators

Ein Impulshöhenanalysator läßt sich folgendermaßen aufbauen (Fig. 99):

Ein elektrischer Impuls, der im Szintillationszähler von einem Strahlungspartikel erzeugt wird, wird gleichzeitig auf die Eingänge zweier Diskriminatorstufen gebracht, deren Schwellenwert H beziehungsweise $H + \Delta H$ beträgt. Eine nachgeschaltete Antikoinzidenzstufe gibt nur dann einen Ausgangsimpuls, wenn an ihren Eingängen einzig von der Diskriminatorstufe mit dem Schwellenwert H ein Impuls erscheint und nicht, wenn beide Diskriminatorstufen Impulse liefern. Dieses heißt aber

gerade, daß nur solche Impulse registriert werden, deren Amplitude zwischen H und $H + \Delta H$ liegt. Eine häufig benutzte Schaltung für eine derartige Antikoinzidenzstufe zeigt Fig. 100.

Bei der Doppeltriode ist im Ruhezustand die Triode I geöffnet und die Triode II gesperrt. Ein negativer Eingangsimpuls aus Kanal 1 sperrt die Triode I. Die Triode II wird hierdurch geöffnet, und es erscheint am Ausgang der Stufe ein negativer Impuls. Treffen gleichzeitig an beide Gitter der Doppeltriode negative Eingangsimpulse, so bleibt die Triode II gesperrt, wenn der negative Impuls, der an der Kathode von Triode II durch Sperrung von Triode I entsteht, durch den negativen Eingangsimpuls am Gitter von Triode II kompensiert wird. Die Stufe liefert jetzt keinen Ausgangsimpuls.

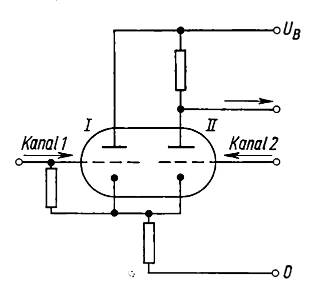


Fig. 100
Schaltbild einer Antikoinzidenzstufe

Elektronische Geräte, wie das oben besprochene, bezeichnet man als Einkanaldiskriminatoren. Daneben benutzt man sogenannte Vielkanaldiskriminatoren. Mit ihnen kann die Impulsverteilung auf die einzelnen Kanäle gleichzeitig beobachtet werden. Diese Meßmethode ist schneller und daher besonders vorteilhaft, wenn es sich um die Aufnahme eines kurzlebigen Isotops handelt.

Der für diesen Versuch im Szintillationsmeßkopf verwendete NaJ-Kristall soll möglichst einen Durchmesser und eine Höhe von je mindestens 2,5 cm haben. Im übrigen werden benötigt: Ein Stromversorgungsgerät für den Szintillationsmeßkopf, ein Einkanaldiskriminator und ein Zählgerät. Die Spannungsversorgung für den Photovervielfacher muß sehr gut stabilisiert sein, da die Höhe der elektrischen Impulse, welche der Vervielfacher liefert, in starkem Maße von den anliegenden Spannungen abhängt. Der Einkanaldiskriminator soll eine gut reproduzierbare Beobachtung der Impulsverteilung über insgesamt 50 Kanäle ermöglichen.

Das Szintillationsspektrometer gibt zunächst nur die relative Lage der Gammalinie. Bei richtig gebautem Verstärker ist der Ausgangsimpuls des Verstärkers einigermaßen proportional der Energie des absorbierten Gammaquants. Die Eichung des Geräts erfolgt regelmäßig durch Ausmessen von Vergleichslinien aus Gammaspektren, die durch anderweitige Messungen, zum Beispiel durch Beobachtung der Konversionselektronen mit Hilfe eines magnetischen Betaspektrometers (s. S. 98) gut bekannt sind.

Vor allem bei der Untersuchung langlebiger Isotope muß man streng darauf achten, daß die direkte Umhüllung des Szintillationskristalls und seine Umgebung völlig frei von radioaktiver Verseuchung bleiben, da hier schon eine sehr schwache Verschmutzung alle weiteren Messungen empfindlich stören würde. Man lege daher zwischen den Szintillationskristall und das Präparat unter allen Umständen eine leicht auszuwechselnde dünne Schutzschicht aus beliebigem Material, zum Beispiel Papier oder eine Kunststoffolie. Ist das Präparat stark genug, so bringt man es zweckmäßig in einen großen Abstand von der Kristalloberfläche, etwa 10—20 cm, und benutzt gleichzeitig einen Bleikollimator

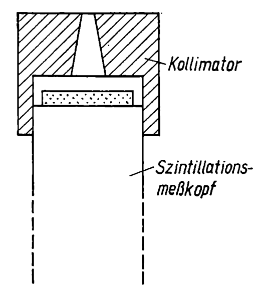


Fig. 101
Szintillationsmeßkopf mit Kollimator

(Fig. 101). Der Kollimator verhindert, daß die Randzonen des Kristalls von der primären Gammastrahlung getroffen werden, und sorgt auf diese Weise für eine starke Ausbildung der Photoabsorptionslinien.

Von den im folgenden durchzumessenden Spektren können wir willkürlich eines als Eichspektrum auffassen und die Energie seiner Gammastrahlung der Literatur entnehmen. Besonders geeignet für den Versuch sind die Isotope Na^{24}, Zn^{65}, Co^{60}, Cs^{137} und andere mehr. Man beginnt zweckmäßig mit einem Spektrum, das im wesentlichen eine einzige Linie enthält (Zn^{65}, Cs^{137}), und geht dann zu komplizierteren Spektren über. Die Präparatstärken sollen etwa 0,01—1 μc betragen.

Versuch 25 Szintillationsspektren von Gammastrahlen

Man nehme das Szintillationsspektrum der Gammastrahlen aus verschiedenen verfügbaren radioaktiven Präparaten auf. Die erhaltenen Spektren sind zu deuten. Welche Maxima entsprechen wirklichen Gammaenergien? Wodurch sind die übrigen gemessenen Lichtimpulse bedingt? An einigen geeigneten Linien ist die Auflösung des Szintillationsspektrometers in verschiedenen Energiebereichen zu bestimmen.

Falls zwei Szintillationskristalle verschiedener Größe zur Verfügung stehen, untersuche man bestimmte Spektren nacheinander mit beiden Kristallen. Man achte dabei auf das verschiedene Verhältnis der eigentlichen Linien zum kontinuierlichen Compton-Untergrund und in geeigneten Fällen auf „Summenlinien", die zum Beispiel bei Co^{60} in größeren Kristallen deutlich auftreten.

2.23 Messungen mit Betaspektrometern

Die Energie geladener Teilchen, die bei Kernprozessen ausgesandt werden, bestimmt man am genauesten durch magnetische Ablenkung. Durch diese Methode wird der Impuls p eines Teilchens bestimmt nach der Gleichung $p = e \cdot B \cdot \varrho$, wobei B die magnetische Flußdichte und ϱ der Krümmungsradius der Teilchenbahn sind. Während man für Ionen, die von Kernprozessen herrühren, im allgemeinen sehr ausgedehnte Magnetfelder braucht, da hier wegen der verhältnismäßig hohen Masse die Werte für ϱ sehr groß werden, kommt man für Elektronen schon mit relativ kleinen Apparaten aus. Von den zahlreichen möglichen Anordnungen von Magnetfeldern für Betaspektrometer sollen hier zwei näher beschrieben werden, das Halbkreisspektrometer mit einem Permanentmagneten und ein doppelt fokussierendes Spektrometer.

Die Betaspektrometer registrieren die Impulsverteilung der von einem radioaktiven Präparat ausgehenden Elektronen. Diese Elektronen können sehr verschiedenen Ursprungs sein. Die eigentlichen Betateilchen kommen direkt aus dem Atomkern und weisen eine kontinuierliche Energieverteilung auf. Es können aber auch Elektronen beim Übergang des Kerns von einem höheren in einen niedrigeren angeregten Energiezustand auftreten, und zwar dadurch, daß

die Differenzenergie auf ein Elektron der Hülle übertragen wird. Ist die Energiedifferenz zwischen beiden Termen ΔE, so wird die Energie des Elektrons

$$E_e = \Delta E - E_B, \tag{121}$$

wobei E_B die ursprüngliche Bindungsenergie des ausgestoßenen Elektrons in seiner Atomhülle ist. Je nachdem, ob das Elektron in der K-, L- usw. -Schale saß, spricht man von K-, L- usw. -Elektronenlinien. Die Beobachtung der Intensitätsverhältnisse dieser Linien, sowohl im Vergleich zur eigentlichen Gammalinie als auch der K- zu den L-Linien, liefert wichtige Aufschlüsse über Spin und Parität der Energieniveaus im Kern.

Neben dieser inneren Umwandlung kann schließlich noch eine äußere Umwandlung stattfinden, bei der Gammaquanten ihre Energie durch Photoeffekt auf ein Elektron in der von ihnen durchstrahlten Substanz übertragen (s. S. 93). Auch in diesem Fall gilt Gl. (121), E_B ist jetzt die Ablösungsenergie eines Elektrons aus der Hülle des durchstrahlten Fremdatoms.

Bei allen Arten von Betaspektrometern ist besonderes Augenmerk auf die Herstellung der Präparate zu legen. Diese müssen extrem dünn sein, so daß die ausgesandten Elektronen nicht schon durch Absorption im Präparat selbst Energie verlieren, was die aufgenommenen Linien nach der energiearmen Seite hin unscharf machen würde. Die Unterlage muß ebenfalls sehr dünn und aus leichtem Material sein, damit die Rückstreuung von Elektronen an dieser Unterlage möglichst klein gehalten wird.

2.231 Halbkreisspektrometer mit permanentem Magneten

Im Halbkreisspektrometer bewegen sich die Elektronen angenähert senkrecht zu den Kraftlinien eines homogenen Magnetfeldes auf kreisförmigen Bahnen. Die abbildenden Eigenschaften eines solchen Magnetfeldes entsprechen denen einer Zylinderlinse in der gewöhnlichen Optik. Das Bild einer punktförmigen Quelle monoenergetischer Elektronen ist auch bei Vernachlässigung der Abbildungsfehler, die durch einen endlichen Öffnungswinkel bedingt sind, nicht punktförmig.

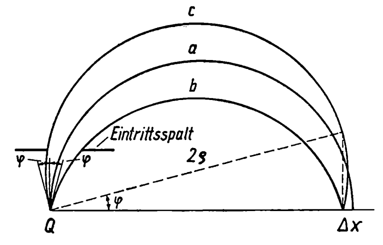


Fig. 102
Das Fokussierungsprinzip eines Halbkreisspektrometers gegenüber monoenergetischen Elektronen, welche im Punkte Q ihren Ursprung haben und sich in einer zum Magnetfeld senkrechten Ebene bewegen. Beträgt der Öffnungswinkel des Strahlenbündels 2φ, so folgt aus der Zeichnung

$$\Delta x = 2\varrho - 2\varrho \cos\varphi = 2\varrho\,(1 - \cos\varphi)$$

Die Fokussierungseigenschaften des Halbkreisspektrometers gegenüber Elektronenbahnen, die in einer zum Magnetfeld genau senkrechten Ebene verlaufen, findet man an Hand von Fig. 102. Das Strahlenbündel monoenergetischer Elektronen, welches im Punkt Q seinen Ursprung hat und dessen Öffnungswinkel 2φ beträgt, erreicht eine minimale Ausdehnung, wenn die zentrale Teilchenbahn a gerade einen Winkel von 180° durchlaufen hat. Die Breite des Strahlenbündels, welche durch den Verlauf der Randstrahlen b und c bedingt ist, be-

trägt dann

$$\Delta x = 2\,\varrho\,(1 - \cos\varphi), \tag{122}$$

wobei ϱ der Krümmungsradius der Teilchenbahnen in dem betreffenden Magnetfeld ist. Da φ gewöhnlich ein kleiner Winkel ist, erhält man für Gl. (122) angenähert

$$\Delta x = \varrho\varphi^2.$$

Nun hat aber jedes Präparat eine bestimmte Breite s und Höhe h. Es läßt sich zeigen, daß dann für Δx gilt

$$\Delta x = s + \frac{h^2}{\pi^2\varrho} + \varrho\varphi^2. \tag{123}$$

Die Größe $\mathfrak{A} = \frac{2\varrho}{\Delta x}$ ist ein Maß für das Auflösungsvermögen des Spektrometers. $\frac{1}{\mathfrak{A}}$ hat nach Gl. (123) den Wert

$$\frac{\Delta x}{2\varrho} = \frac{s}{2\varrho} + \frac{h^2}{2\pi^2\varrho^2} + \frac{\varphi^2}{2}. \tag{124}$$

In diesem Ausdruck hängen die beiden ersten Glieder von ϱ ab. Das heißt unter anderem folgendes: Je größer man ϱ wählt, ein um so ausgedehnteres Präparat mit der Fläche $s \cdot h$ darf man benutzen, ohne daß das Auflösungsvermögen des Spektrometers abnimmt. Man kann also dann bei einer vorgegebenen Aktivität des Präparats je Flächeneinheit mit einer größeren Präparatstärke arbeiten. Dieses ist einer der wesentlichen Vorteile eines großen Spektrometers gegenüber einem kleineren Spektrometer, wie man es gewöhnlich im Praktikum verwenden wird.

Ein Betaspektrum läßt sich mit einem Halbkreisspektrometer mit konstant gehaltenem Magnetfeld entweder photographisch registrieren oder mit einem Zähler für Betateilchen aufnehmen, indem man den Zähler längs der Bildebene bewegt. Bei der ersten Methode wird man sich im allgemeinen darauf beschränken, die Lage von Konversionslinien zu ermitteln; nach der zweiten Methode lassen sich auch kontinuierliche Betaspektren aufnehmen und die Intensitätsverhältnisse von Konversionslinien bestimmen. Wir wollen in diesem Versuch die photographische Methode anwenden. Sie hat unter anderem den Vorteil, daß man mit ihr einen großen Teil des gesamten Spektrums gleichzeitig erhalten kann.

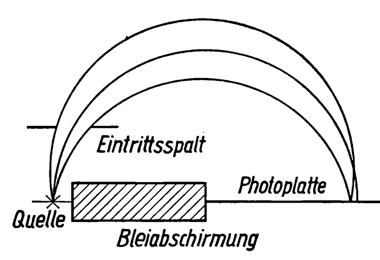


Fig. 103
Meßanordnung bei einem Halbkreisspektrometer. Quelle und Photoplatte liegen in der gleichen Ebene

Man benutzt im wesentlichen zwei verschiedene geometrische Anordnungen von Quelle, Eintrittsblende und Photoplatte. In Fig. 103 befindet sich die Quelle in der gleichen Ebene wie die Photoplatte. Der Eintrittsspalt ist in der Nähe der Quelle so angeordnet, daß die zentrale Teilchenbahn (Fig. 102) für einen bestimmten Teilchenimpuls innerhalb des Impulsbereiches der Elektronen, für den

man sich besonders interessiert, durch die Mitte des Eintrittsspalts verläuft. Die zentralen Teilchenbahnen liefern nämlich die scharfen Kanten, welche die einzelnen Spektrallinien auf der von der Quelle abgewandten Seite begrenzen. Für zu kleine und zu große Impulswerte wird der zentrale Strahl durch den Eintrittsspalt abgeschirmt. Das ist ein Nachteil dieser Anordnung. Vorteilhaft ist hier der lineare Verlauf des Maßstabes für die Impulswerte auf der Photoplatte.

Bei der zweiten gebräuchlichen Anordnung (Fig. 104) liegt der Eintrittsspalt in der gleichen Ebene wie die Photoplatte. Die Quelle befindet sich hierbei auf einer Senkrechten zu dieser Ebene, die durch die Mitte des Eintrittsspaltes verläuft. In dieser Anordnung verlaufen die zentralen Teilchenbahnen aller Strahlenbündel durch die Mitte des Eintrittsspaltes, vorausgesetzt natürlich, daß die Impulswerte der von der Quelle ausgesandten Betateilchen so groß sind, daß sie den Eintrittsspalt überhaupt erreichen können. Im Spektrum erscheinen also nur Linien mit scharfen Kanten. Ein gewisser Nachteil besteht darin, daß der Maßstab für die Impulswerte auf der Photoplatte in diesem Fall nicht linear ist.

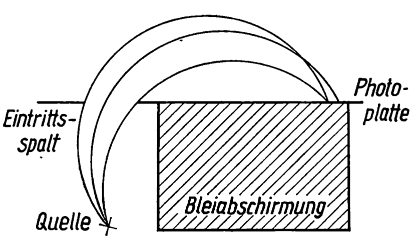


Fig. 104
Meßanordnung bei einem Halbkreisspektrometer. Eintrittsspalt und Photoplatte befinden sich in der gleichen Ebene

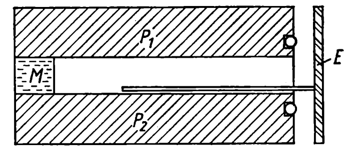


Fig. 105
Schnittbild eines Halbkreisspektrometers. Ein Permanentmagnet M erzeugt zwischen den beiden Polplatten P_1 und P_2, die die Vakuumkammer nach oben und unten begrenzen, ein homogenes Magnetfeld. Auf dem Einschub E werden das Präparat, die Eintrittsblende und die Photoplatte montiert

Fig. 105 zeigt ein kleines Halbkreisspektrometer im Schnittbild. Das Magnetfeld wird hier durch einen Permanentmagneten erzeugt. Von der einen Seite wird ein Einschub in die Vakuumkammer geschoben, auf dem das Präparat, der Eintrittsspalt und die Photoplatte sowie die Bleiabschirmung zwischen Präparat und Photoplatte montiert werden können. Die Photoplatte sitzt in einer Kassette, die von außerhalb der Kammer her geöffnet und geschlossen werden kann. Zur Evakuierung der Kammer genügt eine Vorpumpe.

Versuch 26 Aufnahme des Betaspektrums von ThB mit Hilfe eines Halbkreisspektrometers

Im Experiment sollen verschiedene Konversionslinien von ThB, ThC und ThC″ auf einer Photoplatte registriert werden. Es ist hierbei eine Anordnung wie in Fig. 104 zu wählen. Das Thoriumpräparat wird nach der auf Seite 4 beschriebenen Methode auf einen etwa 2 mm breiten Streifen aus einer Kunststoffolie, zum Beispiel Hostaphan, aufgebracht, der eine Stärke von etwa 10 μm hat, und auf den ein dünner Metallbelag aufgedampft ist. Der Hostaphanstreifen wird anschließend zweckmäßig in einen Metallrahmen eingespannt.

Die wichtigsten Konversionslinien des Spektrums von Th(B + C + C″) sind in Tab. 5 aufgeführt. Wie in der Betaspektroskopie allgemein üblich, ist hier der Impuls der Elektronen in $B\varrho$-Werten angegeben. Diese Linien werden häufig als Eichlinien für weitere Untersuchungen verwendet.

Tab. 5

	G · cm
Th A	534,20 ± 0,06
B	652,38 ± 0,07
F	1388,44 ± 0,10
I	1753,91 ± 0,14
I a	1757,07 ± 0,14
J	1811,11 ± 0,15

Man suche an Hand von Fig. 104 unter Berücksichtigung des vorgegebenen Magnetfeldes und der Kammergröße sowie der $B\varrho$-Werte der zu registrierenden Spektrallinien eine vernünftige geometrische Anordnung von Präparat und Eintrittsspalt gegenüber der auf dem Spektrometereinschub fest montierten Photoplatte. Der fertig bestückte Einschub wird in die Kammer eingeführt und die Kammer evakuiert. Dann wird die Photokassette geöffnet und damit die Photoplatte der Bestrahlung ausgesetzt. Die notwendige Belichtungszeit richtet sich natürlich nach der Präparatstärke und dem Öffnungswinkel $2\,\varphi$, außerdem hängt sie von dem verwendeten Filmmaterial ab (es kann normaler Röntgenfilm benutzt werden). Sie wird zweckmäßigerweise in einem Vorversuch ermittelt. Der belichtete Film wird entwickelt und ausgewertet, wobei die ϱ-Werte für die einzelnen Linien aus der geometrischen Anordnung der Meßanordnung ersichtlich sind (Fig. 104). Die in Tab. 5 aufgeführten Spektralwerte sind den einzelnen Linien zuzuordnen.

In einem weiteren Versuch ist die Breite des Eintrittsspaltes zu verändern und sein Einfluß auf die Breite der Spektrallinien und damit des Auflösungsvermögens des Spektrometers zu verfolgen.

2.232 Spektrometer mit Fokussierung in zwei Richtungen

Neben den Halbkreisspektrometern werden für die Betaspektroskopie auch häufig Spektrometer benutzt, in denen eine Fokussierung der Elektronenstrahlen in zwei Richtungen oder, wie man auch sagt, eine doppelte Fokussierung erfolgt. Solche Spektrometer haben gegenüber den im Aufbau einfacheren Halbkreisspektrometern eine größere Transmission, das heißt ein größerer Bruchteil der vom Präparat ausgesandten Betateilchen wird für die Messung ausgenutzt.

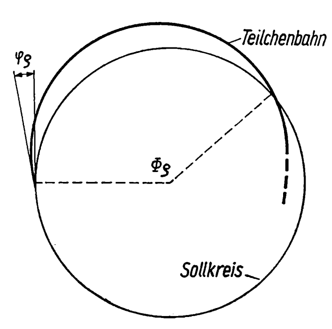


Fig. 106
Bahn eines Elektrons in einem axialsymmetrischen Magnetfeld

Eine Zweirichtungsfokussierung der Elektronenstrahlen, das heißt eine Abbildung, wie sie eine sphärische Linse in der Lichtoptik bewirkt, kann man erhalten, wenn das Magnetfeld im Spektrometer bei axialer Symmetrie einen negativen Feldgradienten in radialer Richtung hat. In einem derartigen Felde führen die Elektronen längs ihrer Bahn Schwingungen in radialer und axialer Richtung aus. Startet ein Elektron von einem Punkt des Sollkreises, dessen Radius ϱ_0 der Gleichung $p = e \cdot B \cdot \varrho_0$ genügt, unter dem radialen Winkel φ_ϱ (Fig. 106), so schneidet die Bahn des Elektrons den Sollkreis, wenn das Elektron einen Winkel Φ_ϱ durchlaufen hat, für welchen unter der Voraussetzung, daß φ_ϱ klein

ist, gilt

$$\Phi_\varrho = \pi \left[1 + \frac{\varrho_0}{B(\varrho_0)} \left(\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}\varrho}\right)_{\varrho_0}\right]^{-\frac{1}{2}}. \tag{125}$$

Entsprechend gilt für den axialen Fokussierungswinkel Φ_z, wenn ein Elektron den Sollkreis unter dem axialen Winkel φ_z verläßt,

$$\Phi_z = \pi \left[- \frac{\varrho_0}{B(\varrho_0)} \left(\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}\varrho}\right)_{\varrho_0}\right]^{-\frac{1}{2}}. \tag{126}$$

Zwischen den Winkeln Φ_ϱ und Φ_z besteht nach Gl. (125) und (126) die Beziehung

$$\frac{1}{\Phi_\varrho^2} + \frac{1}{\Phi_z^2} = \frac{1}{\pi^2}. \tag{127}$$

Wir erhalten eine stigmatische Abbildung der Quelle, wenn $\Phi_\varrho = \Phi_z$.

Diese Bedingung liefert für das Magnetfeld die Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}B(\varrho)}{\mathrm{d}\varrho} + \frac{1}{2\varrho} B(\varrho) = 0$$

mit der Lösung

$$B(\varrho) = B(\varrho_0) \sqrt{\frac{\varrho_0}{\varrho}}. \tag{128}$$

Die Stärke des Magnetfeldes, welches eine Zweirichtungsfokussierung der Elektronenstrahlen bewirkt, muß also wie $1/\sqrt{\varrho}$ abfallen. Für den Fokussierungswinkel Φ erhalten wir in diesem Falle aus Gl. (127)

$$\Phi = \pi \sqrt{2} = 256°. \tag{129}$$

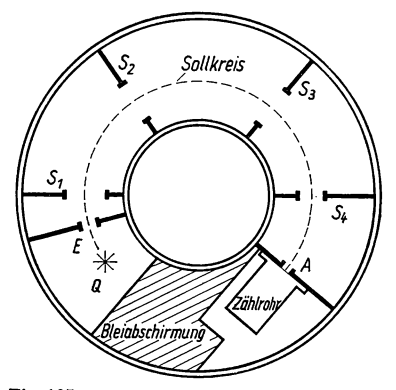


Fig. 107
Aufbau eines Betaspektrometers mit doppelter Fokussierung. E ist die Eintrittsblende für die Elektronenstrahlen. Durch die Blenden S_1, S_2, S_3 und S_4 soll die Streustrahlung der Kammerwandungen abgeblendet werden

Die Gl. (125) und (126) gelten in Strenge nur für paraxiale Strahlen. Für größere Winkel φ_ϱ und φ_z treten Abbildungsfehler auf. Bei einem Magnetfeld, das genau Gl. (128) entspricht, ist das Bild der Quelle von der Größe des Winkels φ_z unabhängig, wenn man zur Berechnung der Elektronenbahnen keine höheren als in φ_ϱ quadratischen Glieder zu berücksichtigen hat. Man spricht dann von einer axialen Weitwinkelfokussierung. Umgekehrt läßt sich durch eine kleine Abänderung des Magnetfeldes erreichen, daß das Bild der Quelle von der Größe des Winkels φ_ϱ unabhängig wird, wenigstens solange φ_z genügend klein ist. In diesem Falle hat man eine radiale Weitwinkelfokussierung.

Fig. 107 zeigt den Aufbau eines Spektrometers mit Zweirichtungsfokussierung. Der Öffnungswinkel der Elektronenstrahlen, die vom Betapräparat Q ausgesandt werden, wird durch die Eintrittsblende E festgelegt. Nachdem die Elektronen einen azimutalen Winkel von 256° durchlaufen haben, gelangen sie durch eine schlitzförmige Blende A in das Nachweisgerät, zum Beispiel in ein Geiger-Müller-Zählrohr. Indem man nun das Magnetfeld in kleinen Schritten ändert, kann man das Impulsspektrum des Betastrahlers aufnehmen.

Die Zählraten, die man in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke mißt, geben unmittelbar noch kein richtiges Bild von der Impulsverteilung im Spektrum. Es ist noch die Dispersion des Spektrometers zu berücksichtigen. In der Betaspektroskopie ist es üblich, den Impuls eines Elektrons durch seinen $B\varrho$-Wert in Gauß · cm anzugeben. Die Dispersion γ ist dementsprechend definiert durch den Ausdruck $\mathrm{d}x/\mathrm{d}(B\varrho)$, wobei $\mathrm{d}x$ die Verschiebung des elektronenoptischen Bildes am Beobachtungsort bedeutet, wenn der Impuls der Elektronen um den Betrag $\mathrm{d}(B\varrho)$ geändert wird. Es läßt sich zeigen, daß bei einem Spektrometer mit doppelter Fokussierung gilt

$$\gamma = \frac{4\varrho}{B\varrho}. \tag{130}$$

Der Ausschnitt des Impulsspektrums, welcher bei einer einzelnen Messung erfaßt wird, ist umgekehrt proportional der Dispersion. Wollen wir die gemessenen Zählraten $\dot{n}(B\varrho)$ jeweils auf ein gleichgroßes Impulsintervall beziehen, so müssen wir die Zählraten mit der Dispersion multiplizieren. Ist $N(B\varrho)\,\mathrm{d}B\varrho$ die Zahl der Elektronen, deren $B\varrho$-Wert zwischen $B\varrho$ und $B\varrho + \mathrm{d}B\varrho$ liegt, dann erhalten wir

$$N(B\varrho) = \text{const}\,\dot{n}(B\varrho)\gamma = \text{const}\,\frac{\dot{n}(B\varrho)}{B\varrho}\,. \tag{131}$$

Im allgemeinen interessiert weniger das Impulsspektrum als das Energiespektrum eines Betastrahlers. Die Energien der Elektronen sind regelmäßig so hoch, daß man relativistisch rechnen muß. Hier führt man zweckmäßig die dimensionslosen Größen ein:

$$\eta = \frac{p}{m_0 c} = \frac{B\varrho}{1704\ \mathrm{G\cdot cm}} \tag{132}$$

und

$$\varepsilon = 1 + \frac{E}{m_0 c^2} = 1 + \frac{E}{511\ \mathrm{keV}}. \tag{133}$$

E ist hierbei die kinetische Energie des Elektrons, $E + m_0c^2$ also seine Gesamtenergie. Nach den Grundgleichungen der speziellen Relativitätstheorie ist

$$E + m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

und

$$p = mv = \frac{m_0 c \beta}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

wobei $\beta = \frac{v}{c}$ das Verhältnis der Teilchengeschwindigkeit v zur Lichtgeschwindigkeit c ist. Daraus folgt

$$\varepsilon^2 = 1 + \eta^2 \tag{134}$$

oder

$$\eta = \sqrt{\varepsilon^2 - 1}$$

und

$$\mathrm{d}\eta = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2-1}}\,\mathrm{d}\varepsilon = \frac{\varepsilon}{\eta}\,\mathrm{d}\varepsilon. \tag{135}$$

Ist $N(\varepsilon)\,\mathrm{d}\varepsilon$ die Zahl der Elektronen mit Energiewerten zwischen ε und $\varepsilon + \mathrm{d}\varepsilon$, so gilt

$$N(\varepsilon)\,\mathrm{d}\varepsilon = N(\eta)\,\mathrm{d}\eta$$

oder

$$N(\varepsilon) = N(\eta)\,\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}\varepsilon}\,.$$

Unter Berücksichtigung von Gl. (135) und (131) erhalten wir

$$N(\varepsilon) = N(\eta)\,\frac{\varepsilon}{\eta} = \text{const}\,\frac{\dot{n}(B\varrho)}{(B\varrho)^2}\,\varepsilon. \tag{136}$$

Für $N(\varepsilon)\,\mathrm{d}\varepsilon$ liefert bei einem einfachen Betazerfall die Fermische Theorie, wenn es sich um einen erlaubten Übergang handelt, den Ausdruck

$$N(\varepsilon)\,\mathrm{d}\varepsilon = \text{const}\,F(Z,\varepsilon)\,\eta\,\varepsilon(\varepsilon_0 - \varepsilon)^2\,\mathrm{d}\varepsilon, \tag{137}$$

wobei ε_0 die Maximalenergie des Betaspektrums ist. $F(Z, \varepsilon)$ ist eine tabellierte Funktion, die „Fermi-Funktion", die von ε, der Ordnungszahl Z des Tochterelements und von der Art des Übergangs (β^-- oder β^+-Zerfall) abhängt.

Aus der Energieverteilungskurve läßt sich die Maximalenergie ε_0 unmittelbar nicht sehr genau bestimmen, da die Kurve in der Nähe von ε_0 quadratisch gegen Null geht (s. Fig. 91). Trägt man hingegen die Größe

$$y = \left[\frac{N(\varepsilon)}{F(Z,\varepsilon)\,\eta\,\varepsilon}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{138}$$

als Funktion von ε auf, so erhält man eine Gerade, da nach Gl. (137)

$$y = \text{const}\,[\varepsilon_0 - \varepsilon]\,.$$

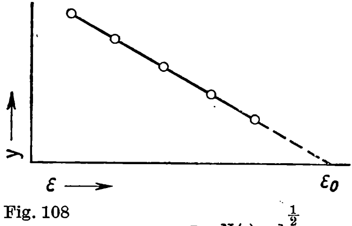


Fig. 108
Kurie-Diagramm. $y = \left[\frac{N(\varepsilon)}{F(Z,\varepsilon)\,\eta\,\varepsilon}\right]^{\frac{1}{2}}$

Die Gerade schneidet die ε-Achse für $\varepsilon = \varepsilon_0$ (Fig. 108). Diese Darstellung bezeichnet man als Kurie-Diagramm. Für verbotene Übergänge weicht die Kurvendarstellung der Funktion $y(\varepsilon)$ mehr oder weniger stark von einer Geraden ab.

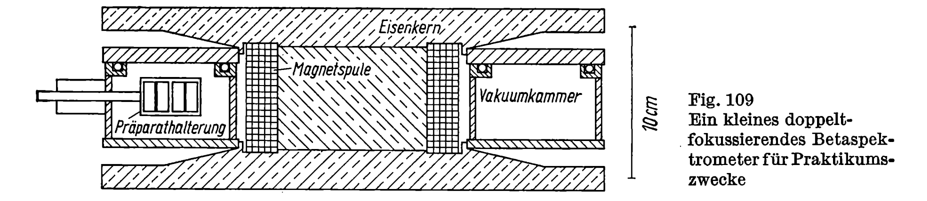


Fig. 109
Ein kleines doppeltfokussierendes Betaspektrometer für Praktikumszwecke

Fig. 109 zeigt den Elektromagneten und die Vakuumkammer eines kleinen doppeltfokussierenden Betaspektrometers im Schnittbild. Es handelt sich um ein Spektrometer mit axialer Weitwinkelfokussierung; die Begrenzung des axialen Öffnungswinkels φ_z erfolgt also praktisch durch die obere und untere

Kammerwand. Der Sollkreisradius beträgt 11 cm. Der Elektromagnet erzeugt bei einer maximalen Leistungsaufnahme von 80 W am Sollkreis ein Magnetfeld von etwa 400 G. Ein Elektron, welches sich bei dieser Feldstärke längs des Sollkreises bewegt, hat also einen $B\varrho$-Wert von 4400 G · cm. Dem entspricht eine kinetische Energie von rund 900 keV. Die Präparathalterung in Form eines Messingrahmens kann hier von außen in radialer Richtung verschoben werden. Auf diese Weise wird jeweils einer der beiden Präparatträger, die in dem Messingrahmen in vertikaler Richtung ausgespannt sind, vor die Eintrittsblende des Spektrometers gebracht. Die Präparatträger selbst sind etwa 2 mm breite Streifen aus Hostaphanfolie von einigen μm Stärke. Der eine Präparatträger dient als Unterlage für ein Eichpräparat, und der andere Präparatträger nimmt den zu untersuchenden Betastrahler auf. Man kann beide Präparate gleichzeitig in die Vakuumkammer bringen, so daß man die Kammer zwischen den einzelnen Meßreihen nicht zu belüften braucht. Die Stärke der beiden Präparate betrage etwa 10 μc. Sie sollen eine möglichst hohe spezifische Aktivität haben, so daß sie in dünner Schicht auf den Präparatträger aufgebracht werden können, um so die Selbstabsorption der Betastrahlen im Präparat klein zu halten. Als Nachweisgerät für die Betastrahlen wird ein Geiger-Müller-Zählrohr verwendet. Das spaltförmige Fenster des Zählrohrs hat eine Breite von etwa 5 mm, eine Höhe von etwa 30 mm und besteht wie der Präparatträger aus Hostaphanfolie von etwa 10 μm Stärke, auf die ein dünner Metallbelag aufgedampft ist. Das Fenster dient gleichzeitig als Austrittsblende des Spektrometers. Das Zählrohr wird gegen die Gammastrahlung des Präparats durch Blei abgeschirmt (Fig. 107).

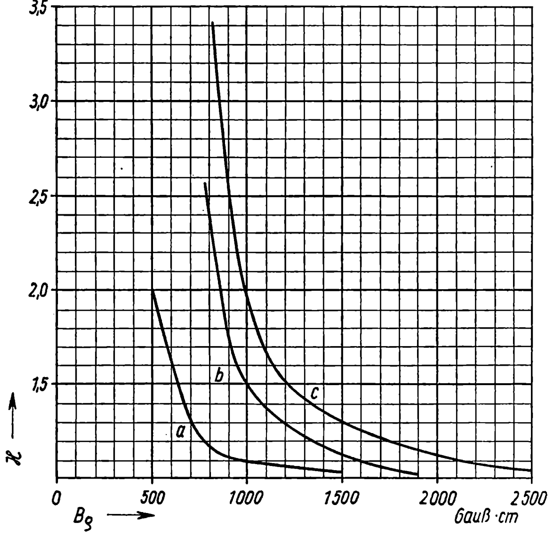


Fig. 110
Korrekturfaktor ϰ, durch den der Einfluß eines Zählrohrfensters aus Hostaphan auf ein auszumessendes Betaspektrum berücksichtigt wird. Kurve a bezieht sich auf eine Fensterstärke von 0,5 mg/cm², Kurve b auf eine Fensterstärke von 1 mg/cm² und Kurve c auf eine Fensterstärke von 2 mg/cm²

Im übrigen wird für diesen Versuch noch folgendes benötigt: Ein Pumpstand, bestehend aus Vorpumpe und Diffusionspumpe, ein stromstabilisiertes Netzgerät für die Speisung des Elektromagneten und ein Zählgerät.

Wegen der Absorption im Zählrohrfenster werden Betateilchen unterhalb einer gewissen Mindestenergie nicht registriert. Aber auch oberhalb dieser Schwellenenergie wird das Energiespektrum durch das Zählrohrfenster noch beeinflußt. In Fig. 110 ist für Zählrohrfenster verschiedener Stärke ein Korrekturfaktor $\varkappa$ als Funktion von $B\varrho$ aufgetragen, mit dem die Zählraten, die bei dem betreffenden $B\varrho$-Wert gemessen werden, zu multiplizieren sind, um den Einfluß des Zählrohrfensters zu eliminieren. Es gilt folgende Faustregel: Oberhalb einer Energie,

die viermal so groß ist wie die oben erwähnte Schwellenenergie, wird die Form des Energiespektrums durch die Beta-Absorption im Zählrohrfenster nicht mehr beeinflußt.

Im Experiment soll zunächst das Betaspektrometer geeicht werden. Als Eichlinie eignet sich die K-Konversionslinie von Cs^{137}, deren Energie bei 624,21 keV liegt. Anschließend soll ein Spektrum aufgenommen werden, zum Beispiel das

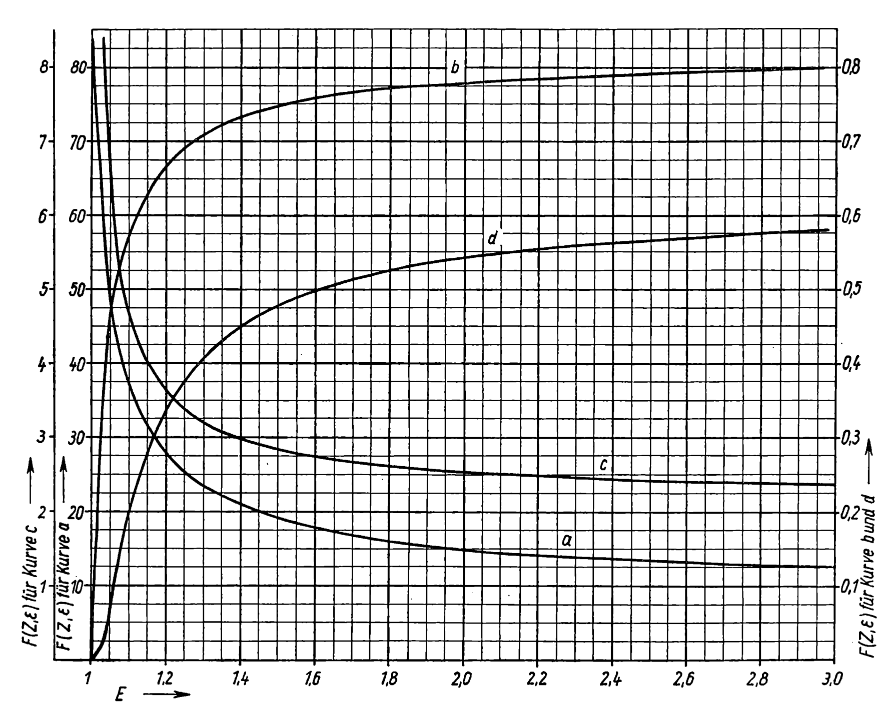


Fig. 111 Fermi-Funktion $F(Z, \varepsilon)$ für den β^--Übergang von Hf^{181} (Kurve a), β^+-Übergang von Na^{22} (Kurve b), β^-- und β^+-Übergang von Cu^{64} (Kurve c bzw. d)

β^--Spektrum von Hf^{181} oder das β^+-Spektrum von Na^{22}. Steht ein Teilchenbeschleuniger zur Verfügung, so kann man sich mit Hilfe einer (d, p)-Reaktion aus Cu^{63} das radioaktive Kupferisotop Cu^{64} verschaffen, welches sowohl β^-- wie β^+-Strahlen aussendet. Seine Halbwertszeit beträgt 12,8 h. In Fig. 111 ist die Fermi-Funktion $F(Z, \varepsilon)$ für die drei Strahler in Abhängigkeit von ε aufgetragen.

Versuch 27 Aufnahme eines Betaspektrums mit einem doppeltfokussierenden Spektrometer

Man bringe Eichpräparat und Versuchspräparat in die Vakuumkammer, evakuiere die Kammer bis auf einen Druck von 10^{-5}—10^{-4} Torr. Zunächst ist der Nulleffekt des Zählrohrs zu bestimmen. Dann eiche man das Betaspektro-

meter in $B\varrho$-Werten mit dem Eichpräparat, zum Beispiel mit Hilfe der K-Konversionslinie von Cs^{137}. Zu diesem Zweck werden die Zählraten in Abhängigkeit vom Magnetstrom I gemessen und als Funktion von I aufgetragen. Danach kann die Eichung der Abszissenachse in $B\varrho$-Werten durchgeführt werden.

Nun wird das zu messende Präparat eingeführt und dessen Impulsspektrum aufgenommen. Dazu werden wieder die Zählraten in Abhängigkeit von I beziehungsweise $B\varrho$ gemessen und bezüglich des Nulleffekts und der Beta-Absorption im Zählrohrfenster korrigiert. Diese Werte sind nach Division durch den jeweiligen Betrag von $B\varrho$ als Funktion von $B\varrho$ aufzutragen.

Aus dem Impulsspektrum ist das zugehörige Energiespektrum zu ermitteln. Die Transformation der Abszissenwerte des Impulsspektrums erfolgt hierbei nach Gl. (134) und (132), die der Ordinatenwerte nach Gl. (136).

Man zeichne für das gemessene Spektrum ein Kurie-Diagramm auf. Zu diesem Zweck wird der Wert von $y(\varepsilon)$ aus Gl. (138) als Funktion von ε aufgetragen. Daraus läßt sich die Maximalenergie der betreffenden Betastrahlung ablesen.

2.24 Aufstellung eines Zerfallsschemas mit Hilfe von Koinzidenzmessungen

Beim radioaktiven Zerfall des Rubidiumisotops Rb^{86} treten Betastrahlen mit einer Maximalenergie von 1,77 MeV auf. Außerdem beobachtet man eine monoenergetische Gammastrahlung von 1,08 MeV. Hiernach kommen für den Zerfall von Rb^{86} die beiden in Fig. 112a und b dargestellten Zerfallsschemen in Frage. Im Schema **112a** führt jeder Betazerfall auf den angeregten Zustand des Tochterkerns. Im Schema **112b** führen die Beta-Übergänge teils auf den angeregten Zustand und teils auf den Grundzustand des Tochterkerns. Das letztere ist energetisch möglich, da die maximale Beta-Energie in diesem Fall größer ist als die Energie der Gammastrahlen. Beim Schema **112a** wäre die gesamte Zerfallsenergie 2,85 MeV, beim Schema **112b** hätte sie den Wert 1,77 MeV.

Fig. 112
Zwei mögliche Zerfallsschemen eines Betastrahlers, wenn neben einer Betastrahlung der Maximalenergie $E_{\beta\,\max}$ eine monoenergetische Gammastrahlung der Energie E_γ auftritt, wobei $E_{\beta\,\max} > E_\gamma$

Es soll hier mit Hilfe von Koinzidenzmessungen nachgewiesen werden, daß Rb^{86} nach dem Schema der Fig. 112b zerfällt. Außerdem soll der Bruchteil $\varkappa$ der Betazerfälle ermittelt werden, der auf den angeregten Zustand des Tochterkerns führt.

Um festzustellen, nach welchem Schema der Fig. 112 der Betazerfall von Rb^{86} erfolgt, bestimmt man in einer Koinzidenzmeßanordnung das Verhältnis der Beta-Gamma-Koinzidenzrate $\dot{n}_{\beta\gamma}$ zur Beta-Impulsrate $\dot{n}_\beta$ als Funktion der Dicke d eines Absorbers vor dem Fenster des Betazählrohrs.

Bei dem ersten Zerfallsschema erhält man (vgl. Gl. (92))

$$\frac{\dot{n}_{\beta\gamma}}{\dot{n}_\beta} = \frac{p_\beta(d)\,p_\gamma A}{p_\beta(d)\,A} = p_\gamma. \tag{139}$$

Das Verhältnis $\dot{n}_{\beta\gamma}/\dot{n}_\beta$ ist in diesem Falle unabhängig von der Absorberdicke (Fig. 113). Beim zweiten Zerfallsschema gilt:

$$\frac{\dot{n}_{\beta\gamma}}{\dot{n}_\beta} = \frac{p_{\beta_2}(d)\, p_\gamma\, \varkappa A}{p_{\beta_1}(d)\,(1-\varkappa) A + p_{\beta_2}(d)\,\varkappa A} = \varkappa p_\gamma \frac{p_{\beta_2}(d)}{p_{\beta_1}(d)\,(1-\varkappa) + p_{\beta_2}(d)\,\varkappa}\,. \tag{140}$$

p_{β_2} nimmt mit wachsender Absorberdicke stärker ab als p_{β_1}. Infolgedessen wird die Größe $\dot{n}_{\beta\gamma}/\dot{n}_\beta$ mit wachsender Absorberdicke immer kleiner und erreicht den Wert Null, wenn man eine Absorberdicke wählt, die gleich der Höchstreichweite der energieärmeren Komponente der Betastrahlung ist (Fig. 114).

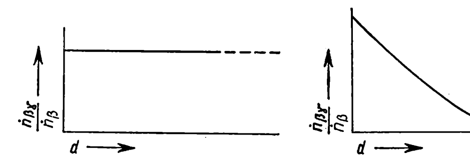


Fig. 113 Fig. 114
Die Größe $\dot{n}_{\beta\gamma}/\dot{n}_\beta$ in Abhängigkeit von Dicke d eines Absorbers vor dem Fenster des Betazählrohrs für ein Zerfallsschema gemäß Fig. 112a bzw. Fig. 112b

Um die Größe $\varkappa$ zu ermitteln, muß man zunächst das Verhältnis $\frac{\dot{n}_{\beta\gamma}}{\dot{n}_\beta}$ auf die Absorberdicke Null extrapolieren, wobei die Dicke des Zählrohrfensters und die Luftstrecke zwischen Fenster und Präparat zu berücksichtigen sind (s. S. 71). Unter der Voraussetzung, daß eine Absorption der Betateilchen in der Quelle vernachlässigt werden kann und die Präparatunterlage entweder sehr dünn oder ausreichend dick ist, hängt p_β bei der Absorberdicke Null von der Energie der Betateilchen nicht ab. p_{β_2} hat dann den gleichen Wert wie p_{β_1}, und aus Gl. (140) folgt

$$\left.\frac{\dot{n}_{\beta\gamma}}{\dot{n}_\beta}\right|_0 = \varkappa p_\gamma \qquad \text{oder} \qquad \varkappa = \frac{1}{p_\gamma} \left.\frac{\dot{n}_{\beta\gamma}}{\dot{n}_\beta}\right|_0. \tag{141}$$

Die Größe p_γ läßt sich mit Hilfe eines Vergleichspräparats bestimmen, welches eine Gammastrahlung mit der gleichen oder einer ähnlichen Energie aussendet wie Rb^{86} und dessen Zerfallsschema bekannt ist. Das Kobaltisotop Co^{60} ist hierfür geeignet. Fig. 81 zeigt sein Zerfallsschema.

Für Co^{60} gilt

$$\frac{\dot{n}_{\beta\gamma}}{\dot{n}_\beta} = \frac{p_\beta (p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2}) A}{p_\beta A} = p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2}\,.$$

Näherungsweise ist

$$p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2} = 2 p_\gamma\,.$$

Man erhält so

$$p_\gamma = \frac{1}{2} \frac{\dot{n}_{\beta\gamma}}{\dot{n}_\beta}\,. \tag{142}$$

Die für die Versuche benötigten Strahlungsquellen, ein Rb^{86}- und ein Co^{60}-Präparat, sollen eine Aktivität von 0,1—1 μc besitzen.

Die Messungen werden mit Hilfe der Koinzidenzmeßanordnung durchgeführt, wie sie auf Seite 78 besprochen wurde.

Versuch 28 Zerfallsschema von Rb^{86}

Man bestimme bei Benutzung des Rb^{86}-Präparats die Beta-Impulsrate und die Beta-Gamma-Koinzidenzrate in Abhängigkeit von der Dicke eines Aluminiumabsorbers vor dem Fenster des Betazählrohrs. Die Absorberdicke ist hierbei bis auf eine Stärke von etwa 400 mg/cm² zu vergrößern.

Dann trage man das Verhältnis $\dot{n}_{\beta\gamma}/\dot{n}_\beta$ als Funktion der Absorberdicke auf. Aus dem Verlauf der Kurve ersieht man, nach welchem Schema der Fig. 112 Rb^{86} zerfällt.

Versuch 29 Verzweigungsverhältnisse der beiden Komponenten der Betastrahlung von Rb^{86}

Die im vorigen Versuch gewonnene Kurve wird auf die Absorberdicke Null extrapoliert. Man erhält auf diese Weise $\left.\dfrac{\dot{n}_{\beta\gamma}}{\dot{n}_\beta}\right|_0$.

Man ersetze nun das Rb^{86}-Präparat durch ein Co^{60}-Präparat, messe die Beta-Impulsrate und die Beta-Gamma-Koinzidenzrate. Aus diesen Werten läßt sich zunächst die Größe p_γ nach Gl. (142) bestimmen. Das Verzweigungsverhältnis $\varkappa$ für den Zerfall von Rb^{86} kann dann nach Gl. (141) berechnet werden.

2.25 Innere Umwandlung

Der Betazerfall des Goldisotops Au^{198} führt zunächst auf einen angeregten Zustand des Quecksilberisotops Hg^{198}.

Der anschließende Übergang in den Grundzustand kann sowohl durch Gammastrahlung als auch durch „innere Umwandlung" erfolgen. Letzteres bedeutet, daß die beim Übergang freiwerdende Energie direkt auf ein Hüllenelektron übertragen wird. Man bezeichnet das Verhältnis α der Zahl der ausgesandten Konversionselektronen zur Zahl der ausgesandten Gammaquanten als „inneren Umwandlungskoeffizienten". Dieser kann durch Koinzidenzmessungen ermittelt werden.

Zur Bestimmung von α werden Beta-Beta-Koinzidenzmessungen durchgeführt. Es ist zweckmäßig, die beiden Betazählrohre symmetrisch bezüglich des Präparats anzuordnen, so daß die Größen p_{β_1} und p_{β_2} für beide Zählrohre gleich sind. In diesem Falle gilt für das Verhältnis der Beta-Beta-Koinzidenzrate $\dot{n}_{\beta\beta}$ zu der mit einem einzelnen Zählrohr gemessenen Beta-Impulsrate $\dot{n}_\beta$ als Funktion der Dicke d eines Absorbers vor den beiden Zählrohrfenstern (vgl. Gl. (92)):

$$\frac{\dot{n}_{\beta\beta}}{\dot{n}_\beta} = \frac{2\,p_{\beta_1}(d)\,p_{\beta_2}(d)\,\chi\,A}{p_{\beta_1}(d)\,A + p_{\beta_2}(d)\,\chi\,A} = \frac{2\,p_{\beta_1}(d)\,p_{\beta_2}(d)\,\chi}{p_{\beta_1}(d) + p_{\beta_2}(d)\,\chi}. \tag{143}$$

χ ist hierbei das Verhältnis der Zahl der ausgesandten Konversionselektronen zur Gesamtzahl der Übergänge des angeregten Tochterkerns in den Grundzustand. Zwischen χ und α besteht die Beziehung

$$\chi = \frac{\alpha}{1+\alpha} \qquad \text{oder} \qquad \frac{1}{\chi} = 1 + \frac{1}{\alpha}. \tag{144}$$

Wenn wir das Verhältnis $\dot{n}_{\beta\beta}/\dot{n}_\beta$ auf die Absorberdicke Null extrapolieren (vgl. dazu S. 71), so folgt aus Gl. (143)

$$\left.\frac{\dot{n}_{\beta\beta}}{\dot{n}_\beta}\right|_0 = 2\, p_\beta(0)\, \frac{\chi}{1+\chi}.$$

Ersetzen wir in dieser Gleichung χ durch α gemäß Gl. (144) und lösen wir nach α auf, so erhalten wir schließlich

$$\alpha = \frac{\left.\frac{\dot{n}_{\beta\beta}}{\dot{n}_\beta}\right|_0}{2\left(p_\beta(0) - \left.\frac{\dot{n}_{\beta\beta}}{\dot{n}_\beta}\right|_0\right)}. \tag{145}$$

$p_\beta(0)$ kann man mit einem Vergleichspräparat, z. B. Co^{60}, bestimmen. Ersetzt man in der Koinzidenzmeßanordnung das eine Betazählrohr durch einen Gammaszintillationszähler, so gilt bei Verwendung von Co^{60} für das Verhältnis $\dot{n}_{\beta\gamma}/\dot{n}_\gamma$ als Funktion der Dicke d eines Absorbers vor dem Fenster des Betazählrohres

$$\frac{\dot{n}_{\beta\gamma}}{\dot{n}_\gamma} = \frac{p_\beta(d)\,(p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2})\,A}{(p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2})\,A} = p_\beta(d). \tag{146}$$

$p_\beta(0)$ erhalten wir wiederum durch Extrapolation auf die Absorberdicke Null.

Das für den Versuch benötigte Au^{198}-Präparat soll eine Aktivität von etwa 1 µc besitzen. Die Stärke des Co^{60}-Präparats betrage 0,1—1 µc.

Es wird eine Koinzidenzmeßanordnung verwendet, wie sie auf Seite 78 besprochen wurde.

Versuch 30 Bestimmung des inneren Umwandlungskoeffizienten für Au^{198}

Für das Au^{198}-Präparat ist die Beta-Einzelimpulsrate und die Beta-Beta-Koinzidenzrate in Abhängigkeit von der Dicke eines Aluminiumabsorbers vor den Fenstern beider Zählrohre zu ermitteln.

Das Verhältnis $\dot{n}_{\beta\beta}/\dot{n}_\beta$ wird als Funktion der Absorberdicke aufgetragen und auf die Absorberdicke Null extrapoliert.

Mit Hilfe des Co^{60}-Präparats wird die Gamma-Impulsrate und die Beta-Gamma-Koinzidenzrate in Abhängigkeit von der Dicke eines Aluminiumabsorbers vor dem Fenster des Betazählrohres ermittelt.

Dann wird das Verhältnis $\dot{n}_{\beta\gamma}/\dot{n}_\gamma$ als Funktion der Absorberdicke aufgetragen und auf die Absorberdicke Null extrapoliert. $\left.\frac{\dot{n}_{\beta\gamma}}{\dot{n}_\gamma}\right|_0$ ist gleich der Größe $p_\beta(0)$.

Nun kann der innere Umwandlungskoeffizient α nach Gl. (145) berechnet werden.

2.26 Winkelkorrelationen

Werden zwei Gammaquanten in einer Kaskade oder beim gleichen Elementarvorgang ausgesandt, so sind im allgemeinen nicht alle Winkel zwischen ihren Richtungen gleich wahrscheinlich. Bei den meisten in Kaskade erfolgten Gamma-Übergängen sind die Unterschiede in der Wahrscheinlichkeit für das Auftreten verschiedener möglicher Winkel nicht größer als 30%, gewöhnlich sogar wesentlich kleiner als diese Zahl. Bei den Messungen ist daher hohe Präzision und große statistische Genauigkeit erforderlich, um aus den Resultaten Aussagen über die Art der betreffenden Übergänge machen zu können.

Ein besonderer Fall liegt bei der Vernichtungsstrahlung eines Elektron-Positron-Paares vor, wo praktisch nur der Winkel von 180° zwischen den beiden Quanten auftritt. Diese Winkelkorrelation soll im folgenden näher untersucht werden.

Die bei der Vernichtung eines Positrons durch Vereinigung mit einem Elektron freiwerdende Energie wird in Gammastrahlung umgesetzt. Die Zerstrahlung findet im allgemeinen erst statt, wenn das Positron, das bei seiner Entstehung gewöhnlich eine sehr hohe kinetische Energie besitzt, durch die umgebende Materie auf eine sehr kleine Geschwindigkeit abgebremst worden ist. Der Schwerpunkt des an der Zerstrahlung beteiligten Elektron-Positron-Paares ist also nahezu in Ruhe. Wegen der Impulserhaltung müssen dann mindestens zwei Gammaquanten ausgesandt werden, und zwar in entgegengesetzter Richtung, jedes mit einer Energie, die der Ruheenergie eines Elektrons von 0,511 MeV entspricht. Die Wahrscheinlichkeit für die Entstehung von mehr als zwei Vernichtungsquanten ist nur sehr gering.

Versuch 31 Winkelkorrelation bei der Vernichtungsstrahlung

Im folgenden Versuch soll die oben erwähnte Winkelbeziehung zwischen den beiden Vernichtungsquanten mit Hilfe von Koinzidenzmessungen nachgeprüft werden. Benötigt werden hierzu zwei Szintillationszähler, ein Koinzidenzmeßgerät und eine Meßvorrichtung wie in Fig. 115. Um die Zahl der unechten Koinzidenzen (s. S. 77) herabzusetzen, die bei der Messung von Winkelkorrelationen besonders stören, erhalten beide Szintillationszähler eine Bleiabschirmung von etwa 2—3 cm Dicke.

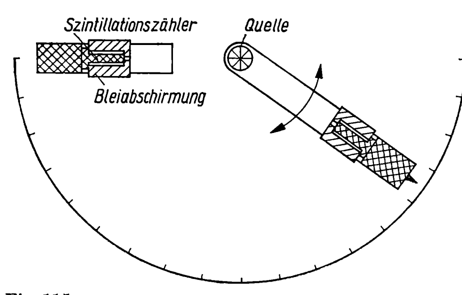


Fig. 115
Meßvorrichtung zur Untersuchung von Winkelkorrelationen

Als Positronenstrahler ist zum Beispiel ein Na^{22}-Präparat geeignet. Es soll eine Präparatstärke von einigen μc besitzen. Es wird zweckmäßig in einen Messingzylinder gebracht, dessen Wandstärke etwa 0,5 mm beträgt. Auf diese Weise werden sämtliche Positronen in der Zylinderwandung abgebremst.

In einer Meßanordnung wie in Fig. 115 wird die Gamma-Gamma-Koinzidenzrate und die Gamma-Einzelimpulsrate in Abhängigkeit von dem Winkel ϑ, den

die beiden Zählerachsen bilden, gemessen. Aus den Einzelimpulsen und der Auflösungszeit des Koinzidenzmeßgerätes ist nach Gl. (93) die Zufallskoinzidenzrate zu berechnen. Diese Größe ist von den gemessenen Gamma-Gamma-Koinzidenzen abzuziehen und die auf diese Weise erhaltenen echten Koinzidenzen in Abhängigkeit von ϑ aufzutragen.

2.3 Alphastrahlung

2.31 Aufnahme einer Braggschen Kurve

Schwere geladene monoenergetische Teilchen haben in einem Absorber nahezu die gleiche effektive Reichweite im Gegensatz zu Elektronenstrahlen, bei denen wegen ihrer starken Streuung die Reichweite der einzelnen Elektronen nicht einheitlich ist (s. S. 89). Aus der Reichweite der schweren geladenen Teilchen läßt sich ihre Energie bestimmen. Fig. 116 zeigt eine typische Absorptionskurve für schwere geladene monoenergetische Teilchen. Die kleinen Abweichungen in der Reichweite der einzelnen Teilchen sind durch statistische Schwankungen ihres Energieverlustes bedingt. Diejenige Strecke, nach deren Durchlaufen noch 50% der ursprünglich im Strahl vorhandenen Teilchen nachgewiesen werden können, bezeichnet man als die mittlere Reichweite der Teilchen in dem betreffenden Absorber. An Stelle der mittleren Reichweite verwendet man in der Praxis oft die sogenannte extrapolierte Reichweite. Man erhält sie, indem man die Tangente an die steilste Stelle der Absorptionskurve legt, das heißt an ihren Wendepunkt.

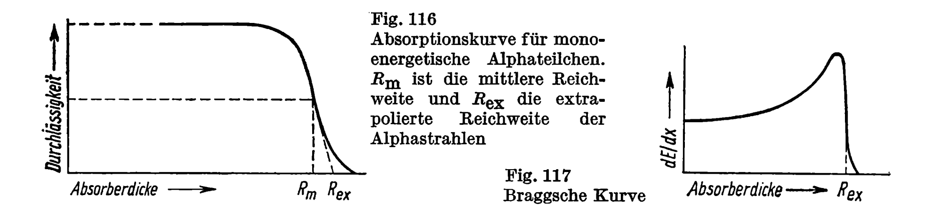
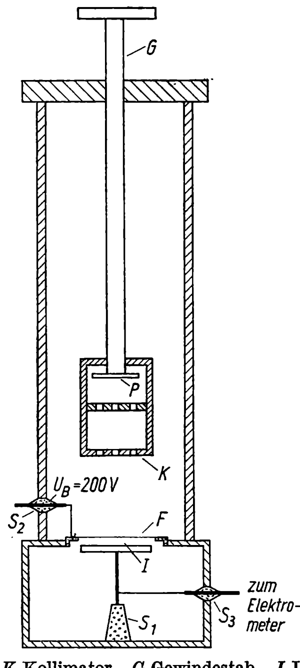


Fig. 116
Absorptionskurve für monoenergetische Alphateilchen. R_m ist die mittlere Reichweite und R_{ex} die extrapolierte Reichweite der Alphastrahlen

Fig. 117
Braggsche Kurve

In vielen Fällen wird man die Reichweite nicht wie in Fig. 116 durch eine Messung von Teilchenzahlen ermitteln, sondern aus Ionisationsmessungen längs der Teilchenbahn. Dieses kann zum Beispiel mit einer dünnen Ionisationskammer geschehen. Die Zahl der je Wegeinheit erzeugten Ionen, das heißt der Energieverlust der Teilchen, hängt in starkem Maße von der Geschwindigkeit der Teilchen ab. Diese Größe erreicht für verhältnismäßig kleine Geschwindigkeiten ihren höchsten Wert, und die Kurve, welche die Stärke der Ionisation in Abhängigkeit von der durchlaufenen Weglänge darstellt, weist kurz vor dem Ende der Teilchenbahn ein Maximum mit einem ziemlich steilen Abfall auf. Fig. 117 zeigt eine derartige sogenannte Braggsche Kurve. Der verlängerte nahezu geradlinige Abfall der Braggschen Kurve ergibt auf der Abszissenachse einen Wert, der mit guter Näherung der aus einer Absorptionskurve ermittelten extrapolierten Reichweite entspricht.



Im Experiment soll die Braggsche Kurve für Alphateilchen in Luft aufgenommen werden. Fig. 118 zeigt eine entsprechende Versuchsanordnung. Das Präparat kann mittels eines Gewindestabes auf die Ionisationskammer hin bewegt werden. Die Ionisationskammer, die eine Tiefe von einigen Millimetern hat, ist durch eine dünne Folie aus Blattgold nach oben hin begrenzt. Die Messung des jeweiligen Ionisationsstroms in der Kammer erfolgt mit Hilfe eines Elektrometers oder eines Schwingkondensatorverstärkers. Als Alphastrahler kann ein Poloniumpräparat verwendet werden, dessen Alphastrahlen eine Energie von 5,30 MeV haben, oder ein Thorium B-Präparat, unter dessen radioaktiven Folgeprodukten sich zwei Alphastrahler von 6,04 und 8,78 MeV befinden. Aus den vom Präparat ausgesandten Alphateilchen wird mit Hilfe eines Kollimators ein angenähert paralleles Strahlenbündel ausgeblendet. Bei der Wahl der Größe der Blendenöffnungen in den beiden Messingplättchen des Kollimators wird man sich nach der Empfindlichkeit des Nachweisgeräts und der Stärke des Präparats richten.

Fig. 118
Meßanordnung zur Aufnahme einer Braggschen Kurve. *P* Präparat, *K* Kollimator, *G* Gewindestab, *I* Ionisationskammer, *F* Goldfolie, S_1, S_2 und S_3 Porzellanisolatoren

Versuch 32 Braggsche Kurve

Man messe in einer Versuchsanordnung wie in Fig. 118 den Strom in der Ionisationskammer in Abhängigkeit von dem Abstand zwischen Präparat und Ionisationskammer. Es werden nur Relativwerte benötigt. Die entsprechende Braggsche Kurve ist aufzuzeichnen und die extrapolierte Reichweite der Alphateilchen zu bestimmen. Bei Verwendung eines Thorium B-Präparates erhält man eine Überlagerung zweier Kurven.

2.32 Rutherford-Streuung

Die Kernstruktur des Atoms wurde 1911 von Rutherford entdeckt durch Auswertung von Streuversuchen, die Geiger und Marsden in dessen Laboratorium ausgeführt hatten. Diese hatten Goldfolien mit Alphateilchen von natürlichen radioaktiven Substanzen beschossen und die Winkelverteilung der gestreuten Teilchen untersucht. Dabei hatte sich gezeigt, daß die Intensität der gestreuten Strahlung mit zunehmendem Streuwinkel ϑ umgekehrt proportional zu $\sin^4 \vartheta/2$ abnahm. Eine solche Verteilung erhält man theoretisch, wenn die Streuung im wesentlichen im Coulomb-Feld eines Atomkerns erfolgt. In diesem Falle gilt die Rutherfordsche Streuformel

$$d\sigma = \left(\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 M v^2}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}\,. \tag{147}$$

$d\sigma$ ist hierbei der Wirkungsquerschnitt[1]) für die Streuung eines Alphateilchens der Masse M und der Geschwindigkeit v um den Winkel ϑ in den Raumwinkel $d\Omega$. Z ist die Ordnungszahl der streuenden Atomkerne.

Sind in der Masseneinheit der streuenden Substanz N_m Atomkerne vorhanden, ist δ die Flächenmassendichte der Streufolie und ist n die Anzahl der je Flächeneinheit auftreffenden Alphateilchen, so folgt aus Gl. (147) für die Zahl der Alphateilchen, die um den Winkel ϑ in den Raumwinkel $d\Omega$ gestreut werden,

$$dn = n N_m \delta \left(\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 M v^2}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}\,; \tag{148}$$

und hieraus

$$dn \cdot \sin^4 \frac{\vartheta}{2} = n N_m \delta \left(\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 M v^2}\right)^2 d\Omega\,. \tag{149}$$

Ändert man den Winkel ϑ und bleiben im übrigen die Meßbedingungen unverändert, so muß die Größe $dn \cdot \sin^4 \vartheta/2$ konstant bleiben.

Versuch 33 Winkelverteilung bei der Rutherford-Streuung

Die Intensität der gestreuten Alphastrahlung soll in Abhängigkeit vom Streuwinkel gemessen werden. Fig. 119 zeigt eine geeignete Versuchsanordnung. Als Streufolie wird eine dünne Goldfolie benutzt, die mitsamt dem Alphapräparat und einem Kollimator von außerhalb der Meßkammer um einen beliebigen Winkel gegenüber dem Nachweisgerät für die Alphateilchen gedreht werden kann. Als Nachweisgerät wird ein dünnes Scheibchen (Dicke etwa 0,1 mm) aus einem Kunststoffszintillator verwendet, das von innen an ein kleines Glasfenster in der Kammerwandung mit Kanadabalsam angeklebt ist. Die im Szintillator von den Alphateilchen ausgelösten Lichtblitze werden mit Hilfe eines Photovervielfachers von einem Zählgerät registriert. Ebensogut läßt sich auch ein p-n-Zähler zum Nachweis der Alphateilchen benutzen. Dieser hat sogar den Vorteil, daß man die Meßkammer nicht gegen Licht ab-

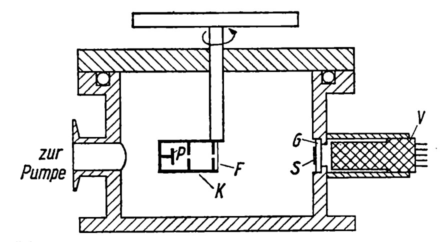


Fig. 119
Vorrichtung zur Untersuchung der Rutherford-Streuung. P Präparat, K Kollimator, F Goldfolie, S Szintillator, G Glasfenster, V Photovervielfacher

[1]) Der Wirkungsquerschnitt σ für eine bestimmte Reaktion läßt sich folgendermaßen definieren: Ist n die Anzahl der auf einen Auffänger je Flächeneinheit aufgeschossenen Teilchen, so ist $n\sigma$ die Wahrscheinlichkeit, daß an einem bestimmten Teilchen des Auffängers eine Reaktion stattfindet.

zuschirmen braucht. Als Alphastrahler kann zum Beispiel ein Poloniumpräparat mit etwa 10 μc dienen. Es genügt, die Meßkammer mit einer Vorpumpe zu evakuieren.

In dieser Versuchsanordnung ist die Zahl Δn der an einer Goldfolie gestreuten Alphateilchen in Abhängigkeit von dem Streuwinkel zu messen und nachzuprüfen, inwieweit die Größe $\Delta n \cdot \sin^4 \vartheta/2$ konstant bleibt.

Versuch 34 Bestimmung der Kernladung durch Streuung von Alphateilchen

Kennt man bei einem Streuversuch die absolute Stärke des alphastrahlenden Präparats — sie kann zum Beispiel nach Versuch 1 bestimmt werden — so läßt sich aus der Geometrie der Anordnung nach Gl. (148) die Kernladungszahl Z der Streufolie bestimmen. Noch genauer als Z absolut läßt sich das Verhältnis Z_1/Z_2 für zwei verschiedene Streufolien ermitteln. Hierzu ist es nur notwendig, die Flächenmassendichten der beiden Streufolien genau zu kennen. Geeignet sind u. a. Gold und Silber. Die Flächenmassendichte soll in der Größenordnung 1 mg/cm² liegen. Der Streuwinkel beträgt für diesen Versuch etwa 30° bis 45°.

2.33 Energiemessung von Alphateilchen mit einem p-n-Halbleiterdetektor

Ein Halbleiterdetektor eignet sich in hervorragendem Maße zu Energiemessungen an schweren geladenen Teilchen (s. S. 20). Zu diesem Zweck müssen allerdings die betreffenden Teilchen noch innerhalb der Sperrschicht des Halbleiters absorbiert werden. Im folgenden Versuch soll ein p-n-Halbleiterdetektor im Hinblick auf seine Eignung zur Energiemessung an Alphateilchen mit einer Maximalenergie von etwa 9 MeV untersucht werden.

Mißt man die Höhe der elektrischen Spannungsimpulse, die von Alphateilchen einheitlicher Energie in einem p-n-Zähler erzeugt werden, in Abhängigkeit von der angelegten Gleichspannung, so beobachtet man eine Zunahme der Impulshöhe mit wachsender Spannung. Dieses ist natürlich einmal dadurch bedingt, daß die Kapazität der Sperrschicht mit wachsender Spannung abnimmt, zum anderen liegt es aber bei kleineren Betriebsspannungen vor allem daran, daß die Teilchen nur einen Teilbetrag ihrer gesamten Energie innerhalb der Sperrschicht verlieren, da sie bis in den unempfindlichen Bereich des p-n-Zählers vordringen. Den Einfluß der veränderlichen Kapazität kann man eliminieren, indem man unter Verwendung zweier Alphastrahler mit verschiedener bekannter Teilchenenergie das Impulshöhenverhältnis der beiden Alphalinien jeweils für die verschiedenen Betriebsspannungen ermittelt. Dieses Verhältnis ist für den Fall, daß sämtliche Alphastrahlen innerhalb der Sperrschicht absorbiert werden, von der angelegten Spannung unabhängig. Trägt man das Impulshöhenverhältnis in Abhängigkeit von der Betriebsspannung auf, so erhält man eine Kurve wie in Fig. 120. Die Spannung, bei der die Kurve einen

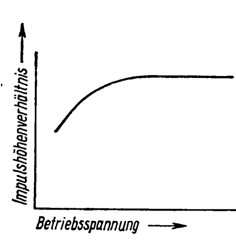


Fig. 120
Impulshöhenverhältnis in Abhängigkeit von der Betriebsspannung

horizontalen Verlauf annimmt, ist als Betriebsspannung für den p-n-Zähler mindestens erforderlich, um Energiemessungen an Alphateilchen durchführen zu können, deren Maximalenergie der Energie des verwendeten Alphastrahlers mit der höheren Energie entspricht. Geeignet für diese Untersuchungen ist zum Beispiel ein Thorium B-Präparat, dessen radioaktive Folgeprodukte ThC und ThC′ Alphastrahlen einer Energie von 6,04 und 8,78 MeV aussenden.

Fig. 121 zeigt eine geeignete Meßanordnung. Die Kammer, in der sich der p-n- Zähler und das Präparat befinden, ist zu evakuieren, um Energieverluste der Alphateilchen in der Luftstrecke zwischen Zähler und Präparat zu vermeiden. Es genügt hierfür eine Vorpumpe. Das Thorium B-Präparat ist nach der auf Seite 4 beschriebenen Methode herzustellen. Das Schaltbild eines Vorverstärkers für den p-n-Zähler war in Fig. 17 dargestellt. Im übrigen wird noch ein Impulshöhenanalysator benötigt.

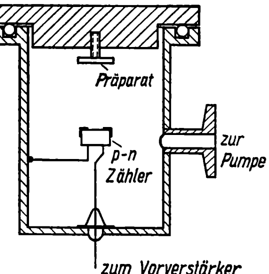


Fig. 121
Meßanordnung zur Aufnahme eines Alphaspektrums mit einem p-n-Zähler

Versuch 35 Untersuchung eines p-n-Halbleiterdetektors auf seine Eignung zur Energiemessung an Alphastrahlen einer Maximalenergie von etwa 9 MeV

Man bringe ein ThB-Präparat in eine Meßkammer, in der ein p-n-Zähler montiert ist, und evakuiere die Kammer.

Mit einem Impulshöhenanalysator ist das Impulshöhenspektrum der Alphastrahlen aufzunehmen, wobei die an die p-n-Zähler angelegte Gleichspannung in mehreren Schritten von Null bis zur höchstzulässigen Betriebsspannung zu steigern ist. Das Impulshöhenverhältnis der beiden Alphalinien des Spektrums ist in Abhängigkeit von der Betriebsspannung des p-n-Zählers aufzutragen. Aus dem Verlauf der Kurve kann der Mindestwert der Betriebsspannung ermittelt werden, die erforderlich ist, um ein Alpha-Energiespektrum aufzunehmen, dessen Maximalenergie der Energie der Alphalinie von ThC′ entspricht, nämlich einer Energie von 8,78 MeV.

2.34 Untersuchung der radioaktiven Thoriumreihe mit Hilfe von Kernphotoplatten

Bringt man in eine photographische Emulsion, deren Empfindlichkeit für Betastrahlen klein ist, eine Thoriumverbindung, so entstehen in ihr neben einzelnen geradlinigen Bahnspuren „Sterne“ mit 2—5 Strahlen. Dies hat folgende Ursache: In der Thoriumverbindung sind neben der Muttersubstanz in kleiner Menge die Tochtersubstanzen der Thoriumreihe enthalten. Unter ihnen gibt es, wie Tab. 6 zeigt, verschiedene kurzlebige Alphastrahler. Wenn sich ein Atom dieser Folgeprodukte in der Emulsion abgelagert hat, so entstehen bei seinem

Tab. 6 Thoriumreihe

		Massenzahl	Kernladungszahl	Umwandlung	Halbwertszeit	Energie der Strahlung MeV	Tochterkern
Thorium	Th	232	90	α	$1{,}42 \times 10^{10}$ a	4,00	MsTh 1
Mesothorium 1	MsTh1	228	88	β^-	6,7 a	0,055	MsTh 2
Mesothorium 2	MsTh2	228	89	β^-	6,13 h	2,18	RdTh
Radiothorium	RdTh	228	90	α	1,91 a	5,421	ThX
Thorium X	ThX	224	88	α	3,64 d	5,681	Tn
Thorium-emanation	Tn	220	86	α	51,5 s	6,278	ThA
Thorium A	ThA	216	84	α β^-	0,158 s	6,774	ThB 85^{216} (0,0135%)
85^{216}		216	85	α	~ 0,3 ms	7,79	ThC
Thorium B	ThB	212	82	β^-	10,6 h	0,59	ThC
Thorium C	ThC	212	83	β^- α	60,5 min	2,2 6,04	ThC′ (65%) ThC″ (35%)
Thorium C′	ThC′	212	84	α	0,3 μs	8,777	ThD
Thorium C″	ThC″	208	81	β^-	3,1 min	1,79	ThD
Thorium D	ThD	208	82				

radioaktiven Zerfall je nach der Zahl der Alpha-Übergänge, die während der Exponierung stattfinden, Einzelbahnen oder Sterne. Ein fünfstrahliger Stern tritt in Erscheinung, wenn ein RdTh-Kern (Th^{228}) vollständig bis zu ThD (Pb^{208}) zerfällt. Ein vierstrahliger Stern entsteht, wenn ein Zerfall von RdTh (Th^{228}) bis ThB (Pb^{212}) oder von ThX (Ra^{224}) bis ThD (Pb^{208}) vorliegt. Dreistrahlige Sterne kommen vor bei einem Zerfall von ThX (Ra^{224}) bis ThB (Pb^{212}) oder von Tn (Em^{220}) bis ThD (Pb^{208}). Ein sechsstrahliger Stern, der einem Zerfall von Th bis ThD entspricht, wird sehr selten beobachtet, da in der Zerfallsreihe zwischen Th^{232} und RdTh (Th^{228}) der langlebige Betastrahler MsTh 1 (Ra^{228}) mit 6,7 a Halbwertszeit vorkommt.

Im folgenden Versuch sollen mit Hilfe von Reichweitenmessungen in Kernphotoplatten die von Thorium und seinen Umwandlungsprodukten ausgehenden Alphateilchen untersucht werden. Man verwendet hierfür zweckmäßigerweise die Ilford-Platte C 2 oder die entsprechende Kernphotoplatte NTB von Eastman Kodak. Die Schichtdicke der Emulsion liege zwischen 50 und 100 μm. Die Platte wird etwa 10 Minuten lang in eine 0,1%-ige Thoriumnitratlösung getaucht. Anschließend wird sie kurz mit Wasser abgespült, getrocknet und für mehrere Tage lichtdicht gelagert. Es ist nicht zweckmäßig, die Platte mit einer wesentlich stärker konzentrierten Thoriumnitrat-Lösung zu imprägnieren und dann entsprechend kürzer zu exponieren. Bei zu großer Aktivität der Lösung finden bereits während der Imprägnierung der Platte sehr viele Zerfallsprozesse statt. Eine feuchte Emulsion hat aber wegen ihrer kleineren Dichte ein kleineres Bremsvermögen für geladene Teilchen als die Emulsion im trockenen Zustand. Die Bahnspuren von Teilchen, die während der Imprägnierung ausgesandt

werden, sind deshalb länger als die der später emittierten Teilchen. Sie sind für Reichweitemessungen zum Zwecke der Energiebestimmung ungeeignet. Man erkennt sie an ihrem größeren Kornabstand.

Bezüglich der Reichweitemessung in Kernphotoplatten sei auf Versuch 9 verwiesen. Den Zusammenhang zwischen der Bahnlänge von Alphastrahlen in der Ilford-Photoplatte C 2 und ihrer Energie gibt Fig. 122.

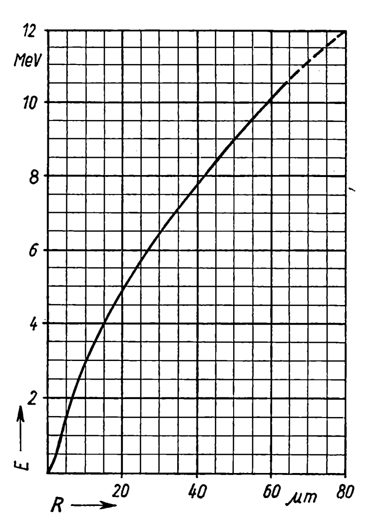


Fig. 122
Reichweite-Energie-Beziehung für Alphateilchen in der Ilford-Photoplatte C 2

Versuch 36 Untersuchung der radioaktiven Thoriumreihe durch Reichweitemessungen in Kernphotoplatten

Es sind in einer mit Thoriumnitrat behandelten Photoplatte eine Reihe von Sternen auszumessen. An Hand von Fig. 122 ist die Energie der einzelnen Alphastrahlen eines Sterns zu bestimmen und mit Hilfe von Tab. 6 die jeweils in den einzelnen Sternen vorliegenden Umwandlungen zu identifizieren. Man achte dabei besonders auf die duale Zerfallsmöglichkeit von ThC (Bi^{212}).

2.4 Massenspektrometer

In den Versuchen 26 und 27 wurde mit Hilfe eines Magnetfeldes die Energie von Elektronen, die bei kernphysikalischen Prozessen ausgesandt werden, gemessen. Durch magnetische Ablenkung lassen sich auch die Massen geladener Teilchen bestimmen, die man vorher mit Hilfe eines elektrischen Feldes auf einen vorgegebenen Energiebetrag beschleunigt hat. Dies geschieht in den sogenannten Massenspektrometern. Je nach den gestellten Aufgaben wird die Ausführung derartiger Spektrometer sehr verschieden sein. Geht es zum Beispiel darum, die Masse eines bestimmten Isotops sehr genau zu ermitteln, so wird man von dem Spektrometer ein möglichst gutes Massenauflösungsvermögen verlangen. Will man hingegen eine Isotopenanalyse oder -trennung durchführen, so wird kein großes Auflösungsvermögen gefordert; wichtig ist hier, daß man eine gute Ausbeute an getrenntem Material erhält.

Beim Massenspektrometer werden zunächst in einer Ionenquelle Ionen des zu untersuchenden Isotopengemisches erzeugt. Die Art der verwendeten Ionenquelle richtet sich hierbei nach der vorliegenden Ausgangssubstanz und nach der verlangten Ionenergiebigkeit, die wiederum von dem Untersuchungszweck ab-

hängt. Die Ionen werden anschließend mit einem elektrischen Beschleunigungssystem auf den Eintrittsspalt des eigentlichen Spektrometers fokussiert, in dem die räumliche Trennung von Ionen mit verschiedenem e/m-Wert mit Hilfe magnetischer und elektrischer Felder erfolgt. Der Nachweis der im Massenspektrometer getrennten Ionenströme kann elektrisch erfolgen oder mittels Photoplatten.

Im Versuch werden wir ein Massenspektrometer mit magnetischem Sektorfeld benutzen (Fig. 123). Die magnetische Ablenkung der Teilchen erfolgt hier in einem homogenen Magnetfeld, das zwischen den Polschuhen eines Magneten erzeugt wird und seitlich durch zwei Ebenen $F1$ und $F2$ begrenzt wird, die sich unter dem Sektorwinkel Φ schneiden. Die Teilchen bewegen sich angenähert senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien auf einer kreisförmigen Bahn, deren Radius r_0 gegeben ist durch die Beziehung

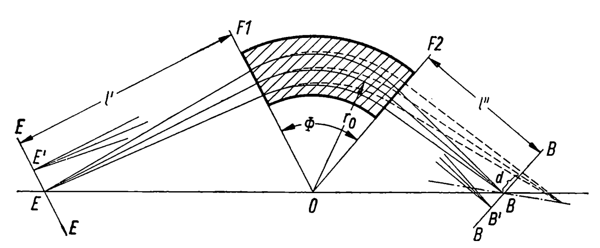


Fig. 123
Abbildung und Dispersion im magnetischen Sektorfeld. Magnetfeld senkrecht zur Zeichenebene

$$r_0 = \frac{m_0 v_0}{e B}, \tag{150}$$

wenn m_0 die Masse, e die elektrische Ladung, v_0 die Geschwindigkeit der Teilchen und B die magnetische Kraftflußdichte sind. Die abbildenden Eigenschaften eines solchen ionenoptischen Systems entsprechen der einer Zylinderlinse in der Lichtoptik[1]). Es lassen sich Gleichungen aufstellen, die den Newtonschen Abbildungsgleichungen der Lichtoptik analog sind. Die Bahnen monoenergetischer Teilchen der Geschwindigkeit v_0 und der Masse m_0, die im Punkt E des Objektraums ihren Ursprung haben, in einer Ebene senkrecht zum Magnetfeld verlaufen und deren Bündelachse senkrecht zu $F1$ in das Sektorfeld eintritt, kommen im Bildraum in einem Punkte B zur Konvergenz, dessen Bildweite l'' mit der Objektweite l' verknüpft ist durch die Beziehung

$$(l' - g)(l'' - g) = f^2 \tag{151}$$

mit

$$g = r_0 \cot\Phi \quad \text{und} \quad f = \frac{r_0}{\sin\Phi}. \tag{152}$$

Aus den Gln. (151) und (152) folgt, daß der Objektpunkt E, der Zentripunkt O und der Bildpunkt B in einer Geraden liegen.

Für die Lateralvergrößerung des Abstands zweier Punkte E und E' der Objektebene gilt

$$V = \frac{B'B}{E'E} = \frac{l''}{r_0} \sin\Phi - \cos\Phi. \tag{153}$$

---

[1]) Riezler-Walcher: Kerntechnik, Stuttgart 1958, S. 88ff.

Das Bild eines Spaltes der Breite s' hat demnach in der Bildebene $B - B$ die Breite

$$s'' = V s'. \tag{154}$$

Werden vom Objektpunkt E geladene Teilchen ausgesandt, deren Masse um den Betrag Δm von m_0 abweicht, so konvergieren die Teilchenbahnen im Bildraum in einem Punkte, der je nach der Größe von $\frac{\Delta m}{m_0}$ gegenüber dem Bildpunkt B verschoben ist. Für den Abstand d der Bündelachse dieser Teilchenbahnen von der „optischen Achse" ($m = m_0$) in der Bildebene $B - B$ erhält man

$$d = \frac{1}{2} \frac{\Delta m}{m_0} r_0 (V + 1). \tag{155}$$

Hieraus folgt für die „Massendispersion"

$$\gamma = \frac{d}{\Delta m} = \frac{r_0 (V + 1)}{2 m_0}. \tag{156}$$

Die beiden Bilder des Eintrittsspalts des Spektrometers in der Bildebene $B - B$, die zu Teilchenmassen gehören, welche sich um den Betrag Δm unterscheiden, können gerade dann noch einzeln aufgelöst werden, wenn die Spaltbildbreite s'' gleich dem Dispersionsabstand d ist, wenn also nach Gl. (154) und (155)

$$V s' = \frac{1}{2} \frac{\Delta m}{m_0} r_0 (V + 1). \tag{157}$$

Für das Massenauflösungsvermögen des Spektrometers erhält man somit

$$\mathfrak{A} = \frac{m_0}{\Delta m} = \frac{r_0 (V + 1)}{2 V s'}. \tag{158}$$

Bei einem symmetrischen Strahlengang im Spektrometer ($l' = l''$) erhält man aus Gl. (151) und (152) $l'' = r_0 \left(\cot \Phi + \frac{1}{\sin \Phi}\right)$ und hiermit aus Gl. (153) $V = 1$. Es ist dann

$$\gamma = \frac{r_0}{m_0}, \tag{159}$$ und $$\mathfrak{A} = \frac{r_0}{s'}. \tag{160}$$

Wird ein Massenspektrum in der Weise aufgenommen, daß ein Auffängerspalt der Breite t längs der Bildebene $B - B$ bewegt wird, so hat man zur Berechnung des Auflösungsvermögens des Spektrometers zu der Bildgröße $V s'$ in Gl. (157) die Größe t additiv hinzuzufügen. Man erhält dann an Stelle von Gl. (158) für das Massenauflösungsvermögen den kleineren Wert

$$\mathfrak{A} = \frac{r_0 (V + 1)}{2 (V s' + t)} \tag{161}$$

oder bei symmetrischem Strahlengang

$$\mathfrak{A} = \frac{r_0}{s' + t}. \tag{162}$$

Man erreicht mit den im Aufbau verhältnismäßig einfachen Massenspektrometern mit magnetischem Sektorfeld ein Auflösungsvermögen der Größenordnung 1000. Wichtig ist hierbei, daß die in das Spektrometer eintretenden Teilchen möglichst monoenergetisch sind, das heißt aber, daß die Streuung der Energiewerte der aus der Ionenquelle austretenden Teilchen klein sein muß gegenüber der Energie, auf die die Teilchen nachbeschleunigt werden.

Versuch 37 Bestimmung des Isotopenmischungsverhältnisses von Krypton

Im natürlichen Isotopengemisch besteht Krypton aus den Isotopen Kr^{78}, Kr^{80}, Kr^{82}, Kr^{83}, Kr^{84} und Kr^{86}. Ihr Mischungsverhältnis soll mit Hilfe eines Massenspektrometers bestimmt werden. Fig. 124 zeigt eine geeignete Meßanordnung bei Verwendung eines magnetischen Sektorfeldes mit einem Sektorwinkel von 60° als dispergierendes Medium. Das Magnetfeld wird durch einen Permanent-

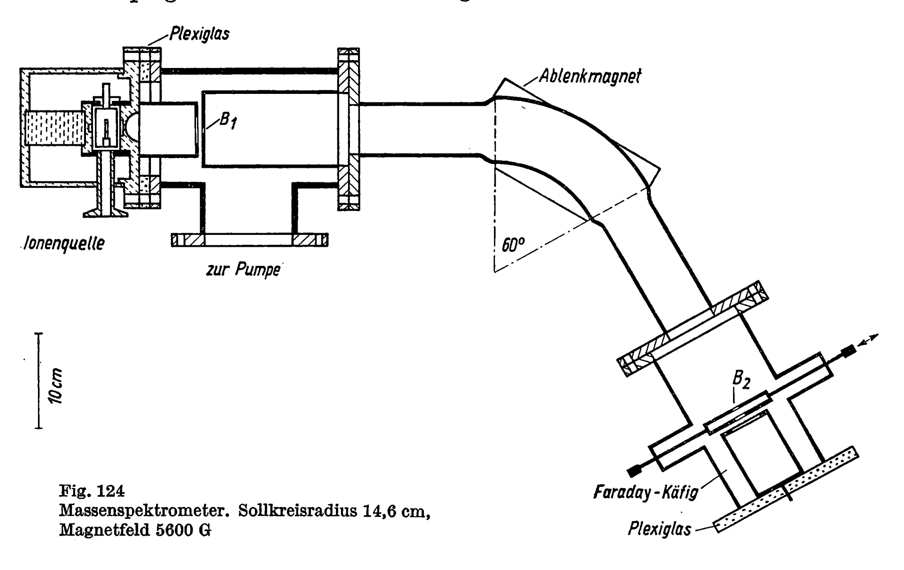


Fig. 124
Massenspektrometer. Sollkreisradius 14,6 cm, Magnetfeld 5600 G

magneten erzeugt. Die Ionenquelle ist vom Penningschen Typ, wie sie auch beim Neutronengenerator in Fig. 4 auf Seite 3 benutzt wird. Bei vorgegebenem Magnetfeld B und Sollkreisradius r_0 im Spektrometer errechnet sich die erforderliche Beschleunigungsspannung U der elektrischen Beschleunigungslinse aus Gl. (150) und der Beziehung

$$eU = \frac{1}{2} m_0 v_0^2$$

zu

$$U = \frac{e\, r_0^2 B^2}{2\, m_0}.$$

Diese Spannung wird einem stabilisierten regelbaren Hochspannungsgerät mit einer Maximalspannung von etwa 5 kV entnommen. Es soll einen Strom von einigen 100 μA liefern. Das Massenspektrum wird aufgenommen, indem eine

Spaltblende B_2, die symmetrisch zur Eintrittsblende B_1 angeordnet ist, senkrecht zur optischen Achse des Spektrometers bewegt wird und die jeweils durchgelassenen Ionenströme mit einem Mikroamperemeter gemessen werden. In der Vakuumkammer des Spektrometers wird mittels einer Vorpumpe und einer Öldiffusionspumpe ein Hochvakuum von etwa 10^{-5} Torr erzeugt.

2.5 Neutronen

Einleitend sollen einige allgemeine Definitionen und Gesetzmäßigkeiten gebracht werden, auf die wir bei den folgenden Versuchen zur Neutronenphysik zurückgreifen werden.

Gibt $n(\mathfrak{r}, v)\,\mathrm{d}v$ die Zahl der Neutronen je Volumeneinheit an einer Stelle des Raumes mit der Ortskoordinate $\mathfrak{r}$ an, deren Geschwindigkeitsbetrag zwischen v und $v + \mathrm{d}v$ liegt, so bezeichnet man als Neutronenfluß an der betreffenden Stelle die Größe

$$\Phi(\mathfrak{r}) = \int_0^\infty n(\mathfrak{r}, v)\, v\, \mathrm{d}v. \tag{163}$$

Φ ist also gleich der Summe der Wegstrecken, die von den Neutronen in einer Volumeneinheit in der Zeiteinheit zurückgelegt werden.

Neutronen besitzen bei ihrer Entstehung gewöhnlich eine hohe kinetische Energie. Sie werden durch Streuung an Atomkernen abgebremst und setzen sich schließlich energetisch mit der Wärmebewegung der Atomkerne ins Gleichgewicht. Die thermische Gleichgewichtsverteilung der kinetischen Energie ist eine Maxwell-Verteilung. Neutronen, die diese Energieverteilung haben, nennt man thermische Neutronen. Allerdings wird eine Maxwell-Verteilung von den abgebremsten Neutronen in Strenge nie erreicht, da in einem Medium ständig vor allem langsame Neutronen absorbiert und schnelle Neutronen von den Quellen nachgeliefert werden. Bei einem Streumedium mit schwacher Neutronenabsorption sind die Abweichungen jedoch nicht beträchtlich, weil hier die Zeit, die zur Abbremsung eines Neutrons auf thermische Energien benötigt wird, klein ist gegenüber seiner Lebensdauer bei thermischen Geschwindigkeiten.

Den Fluß thermischer Neutronen erhalten wir, indem wir in Gl. (163) nur über den thermischen Geschwindigkeitsbereich integrieren:

$$\Phi_{\mathrm{th}}(\mathfrak{r}) = \int_{\mathrm{th}} n(\mathfrak{r}, v)\, v\, \mathrm{d}v = n_{\mathrm{th}}(\mathfrak{r})\, \bar{v}. \tag{164}$$

$n_{\mathrm{th}}(\mathfrak{r})$ ist hierbei die Dichte der thermischen Neutronen und $\bar{v}$ ihre mittlere Geschwindigkeit.

Für die wahrscheinlichste Geschwindigkeit gilt bei einer Maxwell-Verteilung

$$v_0 = \sqrt{\frac{2\,kT}{m}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\,\bar{v}\,, \tag{165}$$

wobei T die „Neutronentemperatur“, k die Boltzmann-Konstante und m die Neutronenmasse ist. Der Geschwindigkeit v_0 entspricht nach Gl. (165) die kinetische Energie

$$E_0 = kT.$$

Wenn Neutronen zu einer Geschwindigkeitsverteilung mit der Temperatur T gehören, so sagt man häufig etwas unexakt, sie haben die Geschwindigkeit v_0 und die Energie kT, obwohl die mittlere Geschwindigkeit in diesem Falle $\frac{2}{\sqrt{\pi}} v_0$ und die mittlere Energie $\frac{3}{2} kT$ beträgt. Für 20 °C ist $v_0 = 2200$ m/s und $E_0 = 0{,}0252$ eV.

Die Reaktionswahrscheinlichkeit von Neutronen mit Atomkernen drückt man im allgemeinen durch einen Wirkungsquerschnitt aus. Ist $\sigma(v)$ der totale Wirkungsquerschnitt für die Wechselwirkung von Neutronen der Geschwindigkeit v mit den Atomkernen eines Mediums und ist N_v die Zahl der Atomkerne je Volumeneinheit, so ist die Zahl der je Volumeneinheit und Zeiteinheit durch die Neutronen ausgelösten Ereignisse

$$\dot{Z}_v = \int_0^\infty N_v \sigma(v) n(\mathfrak{r}, v) v \, dv. \tag{166}$$

Die Größe

$$\Sigma(v) = N_v \sigma(v) \tag{167}$$

heißt makroskopischer Wirkungsquerschnitt. Sie hat die Dimension einer reziproken Länge. $\sigma(v)$ und natürlich auch $\Sigma(v)$ setzen sich additiv aus den Wirkungsquerschnitten für die verschiedenen möglichen Reaktionen wie Streuung, Absorption usw. der Neutronen mit den Atomkernen zusammen.

Die Geschwindigkeitsabhängigkeit des Absorptionsquerschnitts $\Sigma_a(v)$ zeigt bei vielen Substanzen gegenüber langsamen Neutronen einen Verlauf

$$\Sigma_a(v) = \frac{\text{const}}{v}. \tag{168}$$

Aus Gl. (166) folgt dann für die Zahl der je Volumen- und Zeiteinheit absorbierten langsamen Neutronen

$$\dot{Z}_v = \int \frac{\text{const}}{v} n(\mathfrak{r}, v) \, v \, dv = \text{const} \int n(\mathfrak{r}, v) \, dv = \text{const} \, n(\mathfrak{r}). \tag{169}$$

Die Zahl der absorbierten Neutronen ist also im Falle des $1/v$-Gesetzes direkt der Neutronendichte proportional. Führt man mit Hilfe von Gl. (164) den Neutronenfluß in Gl. (169) ein (es soll sich jetzt speziell um thermische Neutronen handeln), so erhält man unter Berücksichtigung von Gl. (168)

$$\dot{Z}_v = \frac{\text{const}}{\bar{v}} \Phi_{\text{th}}(\mathfrak{r}) = \Sigma_a(\bar{v}) \, \Phi_{\text{th}}(\mathfrak{r}). \tag{170}$$

Bei einem $1/v$-Absorber ist also der effektive Absorptionsquerschnitt gegenüber dem Fluß thermischer Neutronen gleich dem Querschnitt bei der mittleren Geschwindigkeit $\bar{v}$ der thermischen Neutronen.

Werden die Atomkerne durch den Neutroneneinfang aktiviert, so ist Z_v in Gl. (170) gleich der Zahl der je Volumen- und Zeiteinheit aktivierten Atomkerne oder gleich der Aktivierungsrate je Volumeneinheit. Die in den Tabellen angegebenen Absorptionsquerschnitte beziehen sich gewöhnlich auf die wahrscheinlichste Neutronengeschwindigkeit v_0 bei 20 °C, also auf eine Geschwindigkeit von 2200 m/s. Bei Gültigkeit des $1/v$-Gesetzes findet man nach Gl. (165) und (168)

$$\sigma(v_0) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sigma(\overline{v}) = 1{,}16 \cdot \sigma(\overline{v}). \tag{171}$$

2.51 Neutronenflußmessungen mit Sonden

Neutronen haben als elektrisch neutrale Teilchen unmittelbar keine ionisierende Wirkung auf Materie. Ihr Nachweis erfolgt indirekt entweder über Atomkerne, die von den Neutronen angestoßen werden, oder über geladene Teilchen, die durch Kernreaktionen erzeugt werden. Werden die Neutronen sofort nach ihrer Wechselwirkung mit der Nachweissubstanz registriert, so spricht man von prompt anzeigenden Neutronendetektoren. Hierzu gehören zum Beispiel der Borzähler, die Spaltkammer, bestimmte Szintillationskristalle, insbesondere solche, die Lithium enthalten, und die Rückstoßprotonenkammer. Im anderen Falle wird durch die Neutronen eine Aktivierung der Nachweissubstanz bewirkt. Die Bestimmung der Neutronenintensität erfolgt hier erst nach Entfernen der „Sonde" aus dem Neutronenfeld durch eine Aktivitätsmessung.

In diesem Versuch wollen wir uns mit der Flußmessung thermischer Neutronen mit Hilfe von Sonden beschäftigen. Als Sondensubstanzen kommen im Prinzip alle Elemente in Frage, welche durch thermische Neutronen aktivierbar sind. Indium und Dysprosium sind wegen ihres großen Aktivierungsquerschnittes gegenüber thermischen Neutronen und wegen der günstigen Halbwertszeit der aktivierten Isotope für diesen Zweck besonders geeignet. Zur punktweisen Ausmessung eines ausgedehnten Neutronenfeldes benutzt man die Sonden in Form von kleinen Scheibchen, und zwar Indium als Folie, während Dysprosium als Dysprosiumoxyd in einem Bindemittel aufgeschlemmt und auf eine Aluminiumunterlage gebracht wird. Beim Indium wird gewöhnlich die Strahlung von $In^{116\,is}$ mit einer Halbwertszeit von 54 min für die Aktivierungsmessung der Sonde benutzt. In diesem Falle ist darauf zu achten, daß die Aktivität von In^{116} mit einer Halbwertszeit von 13 s bei der Messung bereits abgeklungen sein muß, was etwa eine Minute nach Entfernung der Sonde aus dem Neutronenfeld praktisch zutrifft. Die Strahlung von $In^{114\,is}$ und In^{114} kann vernachlässigt werden.

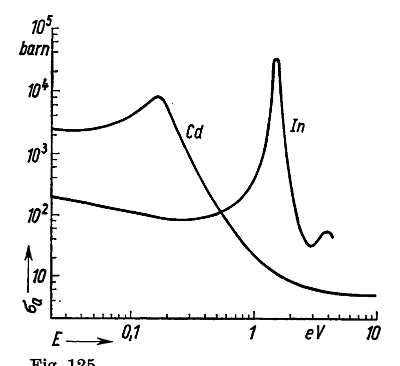


Fig. 125
Neutronenabsorptionsquerschnitt von Indium und Cadmium als Funktion der Neutronenenergie

Das Sondenmaterial kann natürlich unter Umständen auch durch epithermische Neutronen aktiviert werden. In Fig. 125 ist der Neutronenabsorptionsquer-

schnitt von Indium und Cadmium als Funktion der Neutronenenergie aufgetragen. Wir sehen, daß Indium im epithermischen Energiebereich bei 1,46 eV eine ausgeprägte Resonanzstelle hat. Ihr Anteil an der Sondenaktivierung muß eliminiert werden, wenn wir die Aktivierung durch thermische Neutronen allein und damit den thermischen Fluß bestimmen wollen. Dieses kann durch eine Cadmiumdifferenzmessung geschehen. Cadmium hat für thermische Neutronen einen besonders großen Absorptionsquerschnitt; für Neutronenenergien oberhalb von 0,5 eV ist dieser hingegen verhältnismäßig klein. Cadmium selbst ist als Sondensubstanz nicht brauchbar, da das Isotop Cd^{113}, welches für den großen Absorptionsquerschnitt des natürlichen Cadmiums verantwortlich ist, durch Neutroneneinfang auf das stabile Isotop Cd^{114} führt. Hüllt man eine Neutronensonde in Cadmium ein, so erfolgt die Aktivierung der Sonde nur durch epithermische Neutronen, da die thermischen Neutronen in der Cadmiumhülle absorbiert werden. Die Aktivierung der Sonde durch thermische Neutronen allein erhält man folglich, indem man die Sonde einmal ohne Cadmiumhülle und einmal mit Cadmiumhülle an derselben Stelle des Neutronenfeldes dem Neutronenfluß aussetzt und die Differenz der Aktivierungen bildet. Für genaue Messungen ist es notwendig, die Absorption der epithermischen Neutronen in der Cadmiumhülle zu berücksichtigen.

Eine andere Methode, den thermischen Fluß allein ohne Störung durch epithermische Neutronen zu messen, besteht darin, daß man die Resonanzneutronen durch eine dünne Indiumfolie (etwa 0,06 g/cm² $\sim$ 70 μm) wegfiltert, die um die Sonde gelegt wird. An der Resonanzstelle ist der Wirkungsquerschnitt von In gegenüber Neutronen 30000 barn[1]), während er für thermische Neutronen nur 145 barn ist. Ein Filter in der angegebenen Stärke schwächt daher die Resonanzneutronen bereits um einen Faktor 1000, während von den thermischen Neutronen nur 2% absorbiert werden, was bei sehr genauen Messungen als Korrektur eingeführt werden kann.

Aus der Aktivierung, die eine Sonde im Neutronenfeld durch thermische Neutronen erfährt, erhält man nach Gl. (170) bei bekanntem Aktivierungsquerschnitt $\Sigma_{\text{akt}}(\bar{v})$ der Sondensubstanz unmittelbar den thermischen Neutronenfluß, allerdings unter der Voraussetzung, daß die Sonde so dünn ist, daß der Neutronenfluß im Innern der Sonde gleich dem ungestörten Neutronenfluß im Streumedium ist. In diesem Falle gilt für die Aktivierungsrate einer Scheibensonde, deren Dicke d und deren Querschnitt F ist,

$$\dot{R} = \Sigma_{\text{akt}}(\bar{v}) \cdot d \cdot F \cdot \Phi_{\text{th}}. \tag{172}$$

Statt der Dicke einer Sonde gibt man gewöhnlich ihre Flächenmassendichte $\delta = m/F$ an. An die Stelle von $\Sigma_{\text{akt}}(\bar{v})$ tritt dann die Größe

$$\mu_{\text{akt}}(\bar{v}) = N_m \sigma_{\text{akt}}(\bar{v}), \tag{173}$$

wobei N_m die Zahl der aktivierbaren Atomkerne der Sondensubstanz je Masseneinheit ist. Gl. (172) lautet jetzt

$$\dot{R} = \mu_{\text{akt}}(\bar{v}) \cdot \delta \cdot F \cdot \Phi_{\text{th}}. \tag{174}$$

---

[1]) 1 barn = 10^{-24} cm².

Läßt man die oben gemachte Voraussetzung fallen, so ist Gl. (174) nach zwei Richtungen hin abzuändern.

Zunächst muß berücksichtigt werden, daß wegen der Neutronenabsorption in der Sonde der Neutronenfluß im Innern der Sonde kleiner ist als an ihrer Oberfläche. Hieraus folgt, daß für Sondendicken, bei denen dieser Unterschied merklich ist, die Aktivierung der Sonde nicht mehr ihrer Dicke proportional ist. Es läßt sich zeigen[1]), daß Gl. (174) zu ersetzen ist durch den Ausdruck

$$\dot{R} = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{\mu_{\text{akt}}(v_0)}{\mu_{\text{a}}(v_0)} \cdot \varphi(\mu_{\text{a}}(v_0)\,\delta) \cdot F \cdot \Phi_{\text{th}}. \tag{175}$$

Φ_{th} ist hier der Neutronenfluß an der Sondenoberfläche. μ_{a} ist der analog zu μ_{akt} gebildete Neutronenabsorptionsquerschnitt der Sondensubstanz. Zwischen diesen beiden Größen ist bei einem Sondenmaterial zu unterscheiden, welches aus mehreren Isotopen besteht oder bei dem durch Neutroneneinfang mehrere radioaktive Isomere entstehen. Für die Aktivierungsmessung kommt in der Regel nur eine bestimmte Aktivierung eines einzelnen Isotops in Frage, an der Neutronenabsorption sind aber alle Isotope des Sondenmaterials beteiligt. Bei Indium ist $\mu_{\text{a}} = 1$ barn. $\mu_{\text{akt}}/\mu_{\text{a}}$ beträgt hier 0,73, wenn man die Strahlung von $\text{In}^{116\text{is}}$ zur Aktivierungsmessung der Sonde benutzt.

Die Funktion $\varphi(\mu_{\text{a}}\delta)$ ist in Fig. 126 in Abhängigkeit von $\mu_{\text{a}}\delta$ aufgetragen. Wenn $\mu_{\text{a}}\delta \ll 1$ ist, das heißt für sehr dünne Sonden, gilt

$$\varphi(\mu_{\text{a}}\delta) \approx 2\mu_{\text{a}}\delta.$$

Setzt man diesen Wert in Gl. (175) ein und berücksichtigt man außerdem Gl. (171), so erhält man wieder Gl. (174).

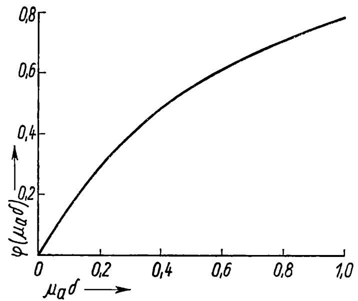


Fig. 126 Die Funktion $\varphi(\mu_{\text{a}}\delta)$

Die zweite Korrektur, die in Gl. (174) anzubringen ist, bezieht sich auf den Neutronenfluß Φ_{th}. Durch das Einbringen der Sonde in das Neutronenfeld wird das Feld selbst gestört. Die Sonde wirkt als Senke für Neutronen. Diese Störung hängt nicht nur vom Sondenmaterial und der Sondengröße ab, sondern auch von dem Medium, in das die Sonde eingebettet wird. Die Störung ist um so größer, je kleiner die Streuweglänge für Neutronen in dem betreffenden Medium ist. Als Maß für diese Störung führt man eine Größe $\varkappa$ ein. Der tatsächlich vorhandene Neutronenfluß Φ_{th} nach Einführung der Sonde wird zu dem ungestörten Neutronenfluß Φ^0_{th} am Sondenort in Beziehung gesetzt durch die Gleichung

$$\Phi_{\text{th}} = \frac{\Phi^0_{\text{th}}}{1+\varkappa}. \tag{176}$$

Um aus der mit einem Betazählrohr oder einem Szintillationszähler gemessenen Zählrate $\dot{n}$ die Aktivierungsrate $\dot{R}$ für eine Sonde im Neutronenfeld zu ermitteln,

[1]) Wirtz, K., v. Beckurts, K. H., Elementare Neutronenphysik, Berlin 1958, S. 121.

bestimmt man zunächst nach Gl. (108) den betreffenden Sättigungswert $\dot{n}_s$ für die Zählrate. Zwischen $\dot{n}_s$ und der Aktivierungsrate besteht gemäß Gl. (107) die Beziehung

$$\dot{n}_s = p\dot{R}\,,$$

wobei p den Bruchteil der radioaktiven Zerfälle angibt, der bei der Aktivierungsmessung der Sonde von der Zählvorrichtung registriert wird. Die Größe p für die betreffende Meßanordnung kann man erhalten, indem man mit einem 4 π-Zählrohr (s. S. 73) eine Absolutmessung einer Sondenaktivität durchführt.

Faßt man Gl. (175), (176) und (107) zusammen, so erhält man schließlich für den zu messenden Neutronenfluß

$$\Phi^0_{\text{th}} = \left\{\frac{4}{\sqrt{\pi}}\,\frac{\mu_a(v_0)}{\mu_{\text{akt}}(v_0)}\,\frac{1+\varkappa}{\varphi\left(\mu_a(v_0)\,\delta\right)}\,\frac{1}{Fp}\right\}\dot{n}_s\,. \tag{177}$$

Oft interessiert man sich nicht für den Absolutbetrag des Neutronenflusses, sondern nur für seine räumliche Verteilung. Liegt ein einheitliches Streumedium vor und benutzt man zur Ausmessung des Neutronenfeldes gleiche Sonden, so ist für alle Messungen der Ausdruck in der geschweiften Klammer von Gl. (177) konstant. Die Sättigungsaktivität ist in diesem Fall unmittelbar ein Maß für den Neutronenfluß.

Im Experiment soll für Indiumsonden verschiedener Dicke für das Streumedium Paraffin die Größe $\varkappa$ bestimmt werden, welche die Rückwirkung der Sonde auf das auszumessende Neutronenfeld kennzeichnet und für eine Absolutmessung des Neutronenflusses benötigt wird.

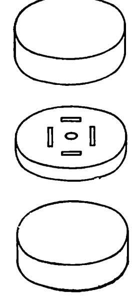


Fig. 127 Vorrichtung zur Aktivierung von Indiumsonden

Die für diese Versuche benötigte Neutronenquelle muß eine Ergiebigkeit von mindestens 10^5 Neutronen/s besitzen, was einer (Ra + Be)-Quelle von ungefähr 10 mc entspricht. Das Streumedium besteht aus drei Paraffinscheiben von etwa 25 cm Durchmesser (Fig. 127). Die mittlere Scheibe enthält ein Loch für die Neutronenquelle und außerdem vier Schlitze zur Aufnahme der Sonden. Die Schlitze sollen möglichst genau gleichen Abstand, etwa 5 cm, von dem Loch in der Mitte haben. Als Sonden werden vier Indiumscheibchen von 1,8 cm Durchmesser und einer Flächenmassendichte von etwa 25, 50, 100 und 200 mg/cm² benutzt. Ihre genaue Stärke wird durch Wägung bestimmt. Die Indiumfolien werden auf dünne Kunststoffscheibchen aufgeklebt und können auswechselbar in Halterungen gepackt werden, die aus zwei Plexiglas- beziehungsweise Cadmiumstreifen von etwa 1 mm Dicke bestehen und in die Schlitze der Paraffinscheibe passen.

Die Indiumsonden werden einmal in den Plexiglashüllen und einmal in den Cadmiumhüllen eine bestimmte Zeit in der Größenordnung einer Stunde dem Neutronenfluß ausgesetzt. Um bei der Auswertung der Messungen immer mit der gleichen Größe p rechnen zu können, erfolgt die Aktivitätsmessung der Sonden mit einem Szintillationszähler, da p bei einer Zählung von Gammaquanten bei den dünnen Sonden nicht von der Sondendicke abhängt.

Löst man Gl. (177) nach $1 + \varkappa$ auf und faßt man alle Glieder, die bei der Meßreihe unverändert bleiben, in eine Konstante zusammen, so erhält man

$$1 + \varkappa = \text{const}\, \frac{\varphi\,(\mu_a\,(v_0)\,\delta)}{\dot{n}_s}\,. \tag{178}$$

Die Werte der Funktion $\varphi\,(\mu_a\,\delta)$ sind, soweit sie für diesen Versuch interessieren, in Tab. 7 angeführt.

Tab. 7

$\mu_a\,\delta$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
$\varphi\,(\mu_a\,\delta)$	0,0196	0,0382	0,0560	0,0734	0,0901	0,1063	0,1224	0,1379	0,1530	0,1674

Trägt man die für die verschiedenen Sondendicken ermittelten Werte $\varphi\,(\mu_a\,(v_0)\,\delta)/\dot{n}_s$ als Funktion von $\mu_a\,\delta$ auf, so erhält man eine Kurve, deren Extrapolation auf die Sondendicke Null den Wert der Konstanten in Gl. (178) ergibt. Eine Kurve, welche $1 + \varkappa$ als Funktion von $\mu_a\,\delta$ liefert, muß nämlich die Ordinatenachse im Punkt 1 treffen, da für die Absorberdicke Null auch $\varkappa = 0$ ist. Nach Einführung des neuen Ordinatenmaßstabes kann man jetzt den Wert von $\varkappa$ für die verschiedenen Sondendicken aus der Kurve entnehmen.

Versuch 38 Rückwirkung von Indiumsonden auf ein auszumessendes Neutronenfeld

Mit einem Szintillationszähler sind die Zählraten von vier Indiumsonden zu messen, die in Paraffin in der oben beschriebenen Anordnung aktiviert worden sind. Man achte auf die Aktivierungsdauer und den Zeitpunkt der Messungen nach Entfernen der Sonden aus dem Neutronenfeld. Man rechne die erhaltenen Meßwerte auf die entsprechenden Sättigungswerte um. Die gleichen Messungen sind durchzuführen, nachdem die Sonden in Cadmiumhüllen aktiviert worden sind. Durch eine Differenzbildung erhält man jetzt jeweils die Sättigungswerte $\dot{n}_s$ der Zählraten bei einer Aktivierung der Sonden durch thermische Neutronen allein.

Mit Hilfe der aus Tab. 7 entnommenen Werte von $\varphi\,(\mu_a\,\delta)$ für die einzelnen Sonden trage man $\varphi\,(\mu_a\,\delta)/\dot{n}_s$ als Funktion von $\mu_a\,\delta$ auf. $\varkappa$ ist für die verschiedenen Sondendicken zu ermitteln.

2.52 Bestimmung der Ergiebigkeit einer Neutronenquelle mit einem Bortrifluoridzählrohr

Im Borzähler erfolgt der Nachweis von Neutronen über Alphateilchen und Li^7-Teilchen, welche bei der Kernreaktion B^{10} (n, α) Li^7 entstehen. Der Wirkungsquerschnitt für diese Reaktion beträgt bei einer Neutronengeschwindigkeit von 2200 m/s 4010 barn. Er zeigt einen $1/v$-Verlauf bis zu einer Neutronenenergie von etwa 10 keV.

Borzählrohre sind entweder mit einer gasförmigen Borverbindung gefüllt oder besitzen einen borhaltigen Wandbelag und gewöhnliche Zählgasfüllung. Als

gasförmige Borverbindung haben sich Bortrifluorid (BF_3) und Bortrimetyl ($B(CH_3)_3$) bewährt. Zählrohre mit einer derartigen Füllung dürfen nur als Proportionalzähler betrieben werden. Bei Benutzung als Auslösezähler würde bei jedem Zählstoß eine zu große Anzahl borhaltiger Moleküle zerstört, wobei das freiwerdende Bor sich in kleinen Kristallen auf dem Zähldraht absetzt und durch Spitzenwirkung zu Spontanentladungen führt.

Das natürliche Bor enthält das Isotop B^{10} zu 18,8% und B^{11} zu 81,2%. B^{11} kommt für den Neutronennachweis nicht in Frage. Der Wirkungsquerschnitt bei natürlichem Bor für die (n, α)-Reaktion durch thermische Neutronen beträgt 755 barn. Im Handel sind BF_3-Zähler mit angereicherter B^{10}-Konzentration erhältlich. Sie besitzen eine besonders hohe Ansprechwahrscheinlichkeit für Neutronen.

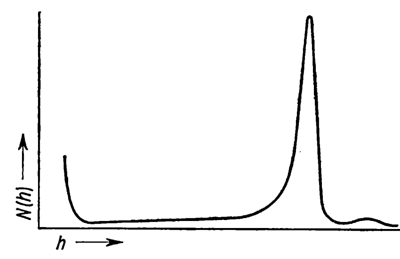


Fig. 128
Höhenverteilung der elektrischen Impulse aus einem Bortrifluoridzählrohr

Fig. 128 zeigt die Höhenverteilung der elektrischen Impulse, die ein BF_3-Zählrohr liefert. Die Verteilungskurve läßt sich erklären, wenn man die Energiebilanzen bei der (n, α)-Reaktion betrachtet. Die Bilanzgleichungen lauten:

$$B^{10} + n \begin{cases} \nearrow Li^7 + \alpha + 2{,}78\ \text{MeV} & 7\% \\ \searrow Li^{7*} + \alpha + 2{,}3\ \text{MeV} \\ \quad\downarrow \\ \quad Li^7 + \gamma + 0{,}48\ \text{MeV} \end{cases} \left.\right\} 93\%.$$

Das hohe Maximum in Fig. 128 entspricht der Kernreaktion, die auf den angeregten Zustand des Li^7-Atomkerns führt, während für das niedrige Maximum rechts daneben die Kernreaktion verantwortlich ist, bei der der Li^7-Kern direkt im Grundzustand entsteht. Der Ausläufer nach kleineren Impulshöhen hin, welcher das linke Maximum aufweist, kommt dadurch zustande, daß α- beziehungsweise Li^7-Teilchen, die in der Nähe der Zählrohrwand entstehen, auf die Wand auftreffen, bevor sie ihre gesamte Energie durch Ionisation des Zählgases verloren haben. Der Anstieg am linken Ende des Spektrums rührt von Gammastrahlen her. Dieser Teil des Spektrums wird durch geeignete Einstellung des Diskriminatorschwellenwerts am Eingang des Zählgeräts abgeschnitten.

Ist Φ der Neutronenfluß im Borzähler, so beträgt die Zählrate

$$\dot{n} = N_v \sigma_B \int_\omega \Phi \, d\omega, \tag{179}$$

wenn N_v die Zahl der Boratome in der Volumeneinheit des Füllgases und σ_B der Neutronenabsorptionsquerschnitt für Bor ist und die Integration über die Volumenelemente $d\omega$ des Zählvolumens durchgeführt wird.

Bei dem folgenden Versuch soll der Borzähler als linear integrierende Sonde benutzt werden. Das Zählrohr soll zu diesem Zweck einen möglichst kleinen Durchmesser, aber eine große Länge besitzen. Ist F der Querschnitt und h die Länge des Zählrohrs, so erhalten wir aus Gl. (179)

$$\dot{n} = N_v \sigma_B F \int_h \Phi \, dh. \tag{180}$$

Um die Quellstärke einer Neutronenquelle zu bestimmen, geht man davon aus, daß die Zahl der Neutronen, die in der Zeiteinheit von der Neutronenquelle ausgesandt werden, bei stationären Verhältnissen gleich der Zahl der Neutronen ist, die in der Zeiteinheit von dem umgebenden Medium absorbiert werden. Der weitaus größte Teil der von der Quelle emittierten Neutronen wird in einem Streumedium erst nach Abbremsung auf thermische Geschwindigkeiten absorbiert. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Neutron thermische Energien erreicht, bevor es absorbiert wird, bezeichnet man als Resonanzdurchlaßwahrscheinlichkeit. Diese Wahrscheinlichkeit beträgt für Neutronen einer (Ra + Be)-Quelle in Wasser 0,975. Der Neutroneneinfang bei höheren Neutronenenergien rührt von einer (n, α)-Reaktion am O^{16}-Kern her. Wir werden diesen Resonanzeinfang im folgenden nicht berücksichtigen. Für die Quellstärke der Neutronenquelle ergibt sich dann (vgl. Gl. (170)):

$$Q = \Sigma_a(\bar{v}) \int_V \Phi_{th}(\mathfrak{r})\, dV. \tag{181}$$

$\Phi_{th}(\mathfrak{r})$ ist der thermische Neutronenfluß im Volumenelement dV und $\Sigma_a(\bar{v})$ ist der makroskopische Absorptionsquerschnitt des Streumediums für thermische Neutronen der mittleren Geschwindigkeit $\bar{v}$.

Wie unten gezeigt wird, ist eine genaue Kenntnis von $\Sigma_a(\bar{v})$ nicht erforderlich, wenn als Streusubstanz eine Borsäurelösung und zum Ausmessen des Neutronenfeldes ein Borzähler benutzt werden. In diesem Falle gilt

$$\Sigma_a = N_{vH}\sigma_H + N_{vB}\sigma_B = N_{vB}\sigma_B \left(1 + \frac{N_{vH}\sigma_H}{N_{vB}\sigma_B}\right), \tag{182}$$

wenn N_{vH} und N_{vB} die Wasserstoff- beziehungsweise Bor-Konzentration der Lösung und σ_H und σ_B der Neutronenabsorptionsquerschnitt von Wasserstoff beziehungsweise Bor ist.

Führen wir zur Integration von Gl. (181) die Zylinderkoordinaten r, h und φ ein und setzen wir eine Rotationssymmetrie des Neutronenfeldes im Streumedium voraus, so erhalten wir

$$Q = 2\pi N_{vB}\sigma_B \left(1 + \frac{N_{vH}\sigma_H}{N_{vB}\sigma_B}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} dh \int_0^{\infty} \Phi_{th}(r, h)\, r\, dr. \tag{183}$$

Die Integration von Φ über dh können wir mit unserem Borzähler durchführen, wenn das Zählrohr so lang ist, daß der Neutronenfluß im Streumedium an den Enden des Zählrohres vernachlässigbar klein ist. Setzen wir den Wert von $\int \Phi_{th}\, dh$ aus Gl. (180) in Gl. (183) ein, so bekommen wir schließlich für die Ergiebigkeit der Neutronenquelle

$$Q = 2\pi \frac{N_{vB}}{N_v} \frac{1}{F} \left(1 + \frac{N_{vH}\sigma_H}{N_{vB}\sigma_B}\right) \int_0^r \dot{n}(r)\, r\, dr. \tag{184}$$

$\dot{n}(r)$ ist die Zählrate, die wir als Funktion des Abstandes des Zählrohres von der Quelle messen. Die Auswertung des Integrals erfolgt am einfachsten durch graphische Integration. Sorgen wir für eine genügend hohe Borkonzentration in der Lösung, so ist $\frac{N_{v\mathrm{H}}\,\sigma_{\mathrm{H}}}{N_{v\mathrm{B}}\,\sigma_{\mathrm{B}}}$ klein gegenüber 1, und wir brauchen für die Bestimmung der Ergiebigkeit der Quelle das Verhältnis $\frac{\sigma_{\mathrm{H}}}{\sigma_{\mathrm{B}}}$ nicht sonderlich genau zu kennen.

Das für diesen Versuch benutzte Bortrifluoridzählrohr hat zweckmäßigerweise einen Durchmesser von 1—2 cm und eine Länge von 25—30 cm. Bei einer Eingangsempfindlichkeit des Zählgeräts von 3—6 V und einem Gasvervielfältigungsfaktor im Zählrohr von ungefähr 30 ist eine Vorverstärkung der Zählrohrimpulse um den Faktor ein- bis zweitausend erforderlich. Es wird eine (Ra + Be)-Neutronenquelle von etwa 10 mc oder eine andersartige Quelle entsprechender Stärke benötigt. Quelle und Borzähler werden in einen Wassertrog von etwa 200 l Fassungsvermögen getaucht. Als Wassertrog ist zum Beispiel ein Waschkesseleinsatz geeignet. Fig. 129 zeigt eine solche Anordnung. Über dem Wasserbehälter verläuft eine Schiene, an der die Neutronenquelle befestigt ist und die zur Führung des Borzählers dient, wenn man seinen Abstand von der Quelle verändert.

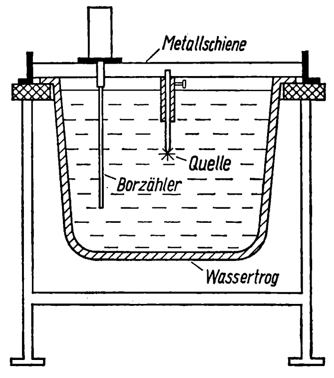


Fig. 129
Meßanordnung zur Bestimmung der Ergiebigkeit einer Neutronenquelle

Im ersten Teil des Versuchs soll das Impulshöhenspektrum des Borzählers mit einem Einkanaldiskriminator aufgenommen werden. Auf diese Weise erhält man unter anderem Aufschluß, wie der Diskriminatorschwellenwert am Eingang des Zählgeräts einzustellen ist, damit Gammaquanten gerade nicht mehr gezählt werden. Ein Einkanaldiskriminator ist auf Seite 96 beschrieben.

Im zweiten Teil des Versuchs erfolgt dann die Bestimmung der Ergiebigkeit der Neutronenquelle nach der oben beschriebenen Methode. Es werden etwa 6 bis 10 g Borsäure in 1 l Wasser gelöst.

Versuch 39 Quellstärke einer Neutronenquelle

Man bringe das Borzählrohr in der oben beschriebenen Anordnung in ein Neutronenfeld und ermittle mit einem Einkanaldiskriminator die Höhenverteilung der elektrischen Impulse aus dem Borzähler. Dann wird das Borzählrohr mit dem Vorverstärker an ein gewöhnliches Zählgerät angeschlossen, die Diskriminatoreinstellung des Zählgeräts geeignet gewählt und mit dem Borzählrohr die Zählrate $\dot{n}(r)$ in Abhängigkeit von dem Abstand Zählrohr — Quelle gemessen. Die Größe $r\dot{n}(r)$ ist als Funktion von r auf Millimeterpapier aufzutragen; daraus ist graphisch der Wert des Integrals

$$\int_0^\infty \dot{n}(r)\, r\, \mathrm{d}r$$

zu ermitteln. Bei bekanntem Gasdruck im Zählrohr läßt sich die Größe N_v direkt berechnen und weiter unter Verwendung der Werte $N_{v\mathrm{B}}$ und $N_{v\mathrm{H}}$, die man aus der Konzentration der Borsäurelösung erhält, die Ergiebigkeit der Neutronenquelle nach Gl. (190) ermitteln.

2.53 Diffusion thermischer Neutronen

Bei der Konstruktion eines Kernreaktors ist es ein wesentliches Problem, die räumliche Verteilung der thermischen Neutronen in einem Streumedium zu berechnen. Hierbei gehen als wesentliche Größen die Diffusionslänge und die Transportweglänge der thermischen Neutronen in dem betreffenden Medium ein. Aus den beiden Größen erhält man außerdem den Absorptionsquerschnitt für thermische Neutronen. Die Bestimmung des Neutronenabsorptionsquerschnitts einer Substanz über die Diffusions- und Transportweglänge erfolgt vor allem dann, wenn der Absorptionsquerschnitt viel kleiner ist als der Streuquerschnitt und wenn durch die Absorption keine leicht nachweisbaren radioaktiven Kerne entstehen. Beim Wasser und den anderen als Moderatoren im Kernreaktor benutzten Medien ist dies der Fall.

Die räumliche Verteilung der thermischen Neutronen in einem Streumedium läßt sich unter stationären Verhältnissen auf Grund der folgenden Überlegungen durch eine Differentialgleichung beschreiben. In einem stationären Neutronenfeld ist die Zahl der thermischen Neutronen, die in der Zeiteinheit aus einem Volumenelement verschwinden, gleich der Zahl der thermischen Neutronen, die in dem Volumenelement entstehen. Die Zahl der thermischen Neutronen, die das Volumenelement $\mathrm{d}V$, dessen räumliche Lage durch den Radiusvektor $\mathfrak{r}$ gekennzeichnet ist, durch Abfluß nach außen in der Zeiteinheit verlassen, beträgt

$$\operatorname{div} \mathfrak{j}(\mathfrak{r})\, \mathrm{d}V .$$

$\mathfrak{j}(\mathfrak{r})$ ist die Stromdichte der thermischen Neutronen im Volumenelement $\mathrm{d}V$. Durch Absorption gehen im Volumenelement $\mathrm{d}V$ in der Zeiteinheit

$$\Sigma_{\mathrm{a}}(\bar{v})\, \Phi(\mathfrak{r})\, \mathrm{d}V$$

thermische Neutronen verloren (Gl. (170)). $\Phi(\mathfrak{r})$ ist der Fluß der thermischen Neutronen im Volumenelement $\mathrm{d}V$; $\Sigma_{\mathrm{a}}(\bar{v})$ ist der makroskopische Absorptionsquerschnitt des Mediums für thermische Neutronen mit der mittleren Geschwindigkeit $\bar{v}$.

Es entstehen im Volumenelement $\mathrm{d}V$ thermische Neutronen dadurch, daß Neutronen höherer Energie durch Streuung in den Bereich thermischer Energien gelangen, oder daß im Volumenelement $\mathrm{d}V$ befindliche Neutronenquellen thermische Neutronen aussenden. Beide Entstehungsarten werden in einem

Quellterm zusammengefaßt. Wir wollen annehmen, daß die Quelldichte q räumlich isotrop ist. Im Volumenelement $\mathrm{d}V$ entstehen dann in der Zeiteinheit

$$q(\mathfrak{r})\,\mathrm{d}V$$

thermische Neutronen.

Stellt man die Neutronenbilanz auf, so erhält man

$$\operatorname{div} \mathfrak{j}(\mathfrak{r}) + \Sigma_{\mathrm{a}}(\bar{v})\,\Phi(\mathfrak{r}) = q(\mathfrak{r}). \tag{185}$$

Diese Gleichung gilt ganz allgemein und stellt eine Kontinuitätsgleichung dar.

Es läßt sich nun zeigen, daß in schwach absorbierenden Medien für Bereiche, in denen die Bewegungsrichtung der Neutronen nicht zu stark anisotrop ist, eine lineare Beziehung zwischen der Stromdichte $\mathfrak{j}$ und dem Gradienten des Neutronenflusses Φ besteht[1]). Die Beziehung hat die Form des Fickschen Gesetzes der Diffusion:

$$\mathfrak{j}(\mathfrak{r}) = -D \operatorname{grad} \Phi(\mathfrak{r}). \tag{186}$$

D bezeichnet man als Diffusionskoeffizienten. Er hat die Dimension einer Länge. Eine starke Anisotropie in der Winkelverteilung der Neutronen liegt vor an der Grenzfläche des Streumediums gegen das Vakuum oder gegen ein stark absorbierendes Medium; hier fehlen die zurückgestreuten Neutronen. In der Nähe von Grenzflächen gilt also Gl. (186) nicht.

Ersetzt man die Stromdichte $\mathfrak{j}(\mathfrak{r})$ in Gl. (185) durch den Ausdruck in Gl. (186), so erhält man

$$-D\,\Delta\Phi(\mathfrak{r}) + \Sigma_{\mathrm{a}}(\bar{v})\,\Phi(\mathfrak{r}) = q(\mathfrak{r}). \tag{187}$$

Dieses ist die elementare Diffusionsgleichung für thermische Neutronen. Mit ihrer Hilfe läßt sich die Verteilung des Neutronenflusses in einem Medium bei vorgegebenen Quellen berechnen.

Ist für eine Streusubstanz $\Sigma_{\mathrm{a}} \ll \Sigma_{\mathrm{s}}$, so findet man

$$D = \frac{1}{3}\,\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{1 - \overline{\cos\psi}}.$$

λ_{s} ist die Streuweglänge der thermischen Neutronen und $\overline{\cos\psi}$ ist der mittlere Kosinus des Streuwinkels im Laborsystem. Die Größe

$$\lambda_{\mathrm{tr}} = \frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{1 - \overline{\cos\psi}}$$

bezeichnet man als Transportweglänge. Bei isotroper Streuung ist $\lambda_{\mathrm{tr}} = \lambda_{\mathrm{s}}$. Es gilt allgemein

$$D = \frac{\lambda_{\mathrm{tr}}}{3}. \tag{188}$$

In einem quellenfreien Bereich lautet die Diffusionsgleichung

$$-D\,\Delta\Phi(\mathfrak{r}) + \Sigma_{\mathrm{a}}(\bar{v})\,\Phi(\mathfrak{r}) = 0$$

---

[1]) Wirtz, K., u. Beckurts, K. H., Elementare Neutronenphysik, Berlin 1958, S. 40.

oder

$$\Delta\Phi(\mathfrak{r}) - \frac{1}{L^2}\,\Phi(\mathfrak{r}) = 0\,, \tag{189}$$

wenn man

$$\frac{\Sigma_a(\bar{v})}{D} = \frac{1}{L^2} \tag{190}$$

setzt.

Die Größe L heißt Diffusionslänge. Sie hat folgende anschauliche Bedeutung: Im Abstand L von einer Ebene mit homogenem Fluß sinkt dieser in einem quellenfreien Bereich auf den e^{ten} Teil ab.

Verwendet man in Gl. (190) an Stelle des Diffusionskoeffizienten die Transportweglänge gemäß Gl. (188), so erhält man

$$\frac{1}{L^2} = \frac{3}{\lambda_{tr}} \cdot \Sigma_a(\bar{v})\,. \tag{191}$$

Ein Streumedium sei unendlich ausgedehnt und enthalte in seinem Innern eine punktförmige Quelle thermischer Neutronen. Im übrigen sei der Raum quellenfrei. In der Umgebung der Quelle gilt dann die Diffusionsgleichung in der Form der Gl. (189). Wir lassen den Ursprung des Koordinatensystems mit der punktförmigen Quelle zusammenfallen und drücken die Gleichung in räumlichen Polarkoordinaten aus. Wegen der Kugelsymmetrie hängt die Größe Φ nur von r ab. Die Diffusionsgleichung lautet jetzt

$$\frac{d^2\Phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r}\,\frac{d\Phi(r)}{dr} - \frac{1}{L^2}\,\Phi(r) = 0\,.$$

Als Lösung der Differentialgleichung erhalten wir, wenn wir berücksichtigen, daß der Neutronenfluß im Unendlichen verschwindet,

$$\Phi(r) = C_0\,\frac{e^{-\frac{r}{L}}}{r}\,. \tag{192}$$

Praktisch kann man nun in einem hinreichend ausgedehnten Medium (Durchmesser mindestens zehn Diffusionslängen) den Neutronenfluß als Funktion der Entfernung r von einer kleinen, also angenähert punktförmigen Quelle thermischer Neutronen messen. Trägt man den Wert $r\,\Phi(r)$ logarithmisch gegen r auf, so erhält man nach Gl. (192) eine Gerade. Aus der Steigung der Geraden gewinnt man die Diffusionslänge. Bei dieser Messung werden nur Relativwerte des Neutronenflusses benötigt; die Kenntnis der Größe der Konstanten C_0 in Gl. (192) ist also nicht nötig.

Eine angenähert punktförmige Quelle thermischer Neutronen ist unmittelbar nicht zu realisieren, da die Neutronen regelmäßig zunächst mit hoher Energie entstehen und erst durch Stöße im Bremsmedium allmählich thermisch werden. Das heißt aber, daß Quellen thermischer Neutronen auch noch in größerem Abstand von der eigentlichen Neutronenquelle vorliegen, und zwar in einer Verteilung, die nicht ohne weiteres angegeben werden kann. Man kann sich hier aber folgendermaßen helfen. Man mißt den Fluß thermischer Neutronen in der Umgebung der Quelle und wiederholt die Messung, nachdem man die Quelle in eine Hülle aus Cadmium, welches thermische Neutronen stark absorbiert, ein-

gepackt hat. Die Differenz aus beiden Meßreihen liefert eine Neutronenverteilung, die allein von den in der Cadmiumhülle absorbierten thermischen Neutronen herrührt. Diese Verteilung wird durch Gl. (192) beschrieben.

Es soll im Experiment zunächst die Diffusionslänge thermischer Neutronen im Wasser bestimmt werden. Benutzt man als Neutronenquelle eine (Ra + Be)-Quelle, so soll diese eine Stärke von etwa 20 mc haben. Die Quelle wird in einen Wassertrog von etwa 200 l getaucht. Die Flußverteilung der Neutronen wird mit einem Bortrifluoridzählrohr ermittelt. Das Zählrohr soll ein möglichst kleines aktives Volumen besitzen, damit mit ihm angenähert ein punktförmiges Abtasten des Neutronenfeldes erfolgen kann. Es ist vorteilhaft, für diesen Versuch ein Zählrohr mit angereicherter B^{10}-Konzentration zu verwenden (s. S. 130). Außerdem wird eine Hohlkugel aus Cadmium benötigt, die einen Durchmesser von etwa 10 cm und eine Wandstärke von etwa 1 mm hat (Fig. 130). Der Aufbau der Versuchsanordnung ist im übrigen der gleiche wie bei Versuch 39.

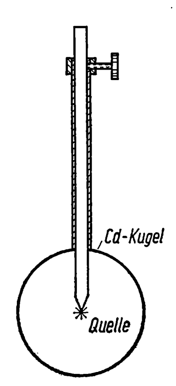


Fig. 130 Neutronenquelle im Innern einer Hohlkugel aus Cadmium

Versuch 40 Messung der Diffusionslänge thermischer Neutronen in Wasser

Man messe in einem Wassertrog mit einem kleinen Borzähler den Fluß der thermischen Neutronen, die von einer Neutronenquelle ausgesandt werden, in Abhängigkeit von der Entfernung von der Quelle. Man beginne mit den Messungen erst in einem Abstand von etwa 6 cm von der Quelle. Es werden nur Relativwerte des Neutronenflusses benötigt.

Die Messungen sind zu wiederholen, nachdem die Neutronenquelle in eine Cadmiumkugel eingeführt worden ist (das Innere der Cadmiumkugel ist natürlich ebenfalls mit Wasser zu füllen). Die Differenzwerte aus beiden Meßreihen werden mit den betreffenden Abständen des Borzählers von der Quelle multipliziert und dann auf halblogarithmisches Papier als Funktion von r aufgetragen. Aus der Kurve läßt sich die Diffusionslänge thermischer Neutronen im Wasser ermitteln.

Die Transportweglänge der Neutronen im Streumedium läßt sich nach der „Vergiftungsmethode" messen.

Mischt man unter ein schwach absorbierendes Streumedium eine verhältnismäßig kleine Menge einer die thermischen Neutronen stark absorbierenden Substanz, so wird die Transportweglänge des Mediums im Gegensatz zu seiner Diffusionslänge praktisch nicht verändert.

Ist $\Sigma_a'(\bar{v})$ der makroskopische Absorptionsquerschnitt der Zusatzsubstanz in dem Gemisch und ist L' die Diffusionslänge des „vergifteten" Mediums, so gilt nach Gl. (191)

$$\frac{1}{L'^2} = \frac{3}{\lambda_{tr}} (\Sigma_a + \Sigma_a') \,. \tag{193}$$

Versuch 41 Messung der Transportweglänge thermischer Neutronen in Wasser

Die Vergiftung des Wassers erfolgt in diesem Versuch mit Borsäure, von der insgesamt etwa 1 kg benötigt wird. Davon wird zunächst die Hälfte gelöst und die Diffusionslänge dieser Mischung gemessen. Nach Auflösen der zweiten Hälfte wird die Messung wiederholt.

Man trage $\frac{1}{L'^2}$ als Funktion von Σ_a' auf. Man erhält eine Gerade, deren Steigung die Transportweglänge λ_{tr} liefert. Der Absorptionsquerschnitt $\Sigma_a(\bar{v})$ von Wasser für thermische Neutronen läßt sich ebenfalls unmittelbar aus dem Diagramm entnehmen. Sein Betrag ist gegeben durch den Schnittpunkt der Geraden mit der Abszissenachse (Fig. 131).

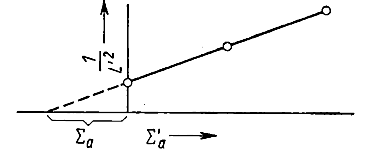


Fig. 131
Der Wert von $1/L'^2$ einer wässerigen Borsäurelösung in Abhängigkeit vom makroskopischen Absorptionsquerschnitt Σ_a' der Borsäure in der Lösung

2.54 Albedo für thermische Neutronen

Umgibt man den Kern eines Reaktors mit einem Streumedium für Neutronen, so wird ein Teil der Neutronen, die ohne die Umhüllung aus dem Reaktorkern nach außen diffundieren würden und für die Spaltungsprozesse im Reaktorkern verlorengingen, in ihn zurückgestreut. Das Streumedium kann also als ein Reflektor für Neutronen angesehen werden. Je größer das Reflexionsvermögen des Streumediums ist, eine um so kleinere Menge an spaltbarem Material ist bei vorgegebenem Aufbau des Reaktorkerns erforderlich, damit der Reaktor „kritisch" wird.

Es soll im folgenden Versuch der Reflexionskoeffizient oder — wie man gewöhnlich sagt — die Albedo von Wasser für thermische Neutronen bestimmt werden. Außerdem soll versucht werden, wie sich die Albedo ändert, wenn man dem Wasser Borsäure zusetzt.

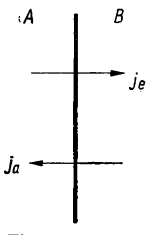


Fig. 132
Zur Definition der Albedo

An ein Medium A, welches Quellen thermischer Neutronen enthalte, grenze ein quellenfreies Medium B, welches als Neutronenreflektor dienen soll (Fig. 132). Als Albedo des Reflektors bezeichnet man die Größe

$$\beta = \frac{j_a}{j_e}.$$

Hierbei ist j_e die Stromdichte der Neutronen, die aus dem Medium A durch die Grenzfläche in das Medium B fließen, und j_a die Stromdichte der Neutronen, die wieder in das Medium A zurückgelangen.

Ist die Grenzfläche zwischen den beiden Medien eine Ebene und ist die Dicke des Reflektors viel größer als die Diffusionslänge der thermischen Neutronen in ihm, so erhält man für die Albedo des Reflektors, wenn man für die theoretische Be-

handlung des Problems die elementare Diffusionstheorie zugrunde legt,

$$\beta = 1 - \frac{4D}{L}.$$

D und L sind der Diffusionskoeffizient und die Diffusionslänge der thermischen Neutronen im Reflektor.

Eine Methode zur experimentellen Bestimmung der Albedo einer Streusubstanz gewinnt man durch folgende Überlegung: Ein unendlich ausgedehntes Streumedium enthalte Quellen thermischer Neutronen, für deren Verteilung eine Symmetrieebene existiert. Auf diese Ebene treffen dann in der Sekunde von beiden Seiten gleich viel Neutronen. Denken wir uns in der Ebene eine Cadmiumschicht angebracht, so können thermische Neutronen die Ebene nicht durchdringen. Die Zahl der Neutronen, die von jeder Seite in der Sekunde auf die Cadmiumschicht stoßen, sei n_1. Ohne Cadmiumschicht ist die Zahl der Neutronen, die von beiden Seiten auf die Ebene treffen, größer als $2\,n_1$, weil von den Neutronen, die die Ebene durchdrungen haben, der Bruchteil β wieder auf die andere Seite der Ebene reflektiert wird. Von dort erfolgt abermals mit der Wahrscheinlichkeit β eine Reflexion der Neutronen usw. Die Gesamtzahl der Neutronen, die in diesem Fall die Ebene in der Sekunde durchdringen, ist somit

$$n_2 = 2\,n_1\,(1 + \beta + \beta^2 + \ldots) = \frac{2\,n_1}{1-\beta}.$$

Wir erhalten

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{2}{1-\beta}. \tag{194}$$

Bringen wir in die Symmetrie-Ebene einen Neutronendetektor und messen mit ihm den Neutronenfluß und wiederholen die Messung, nachdem wir die eine Seite des Detektors mit einem Cadmiumblech abgedeckt haben, so gilt für das Verhältnis der gemessenen Neutronenflüsse Gl. (194). Wir erhalten auf diese Weise die Albedo des Streumediums. Wir müssen allerdings bei den Messungen voraussetzen, daß der Detektor die Neutronen nicht zu stark absorbiert.

Benutzt man für diesen Versuch als Neutronendetektor einen Borzähler, so benötigt man eine Neutronenquelle mit einer Ergiebigkeit von etwa 10^5 Neutronen/s (das entspricht einer (Ra + Be)-Quelle von ungefähr 10 mc). Bei Verwendung von Indium- oder Dysprosiumindikatoren als Sonden wählt man zweckmäßig eine etwas stärkere Quelle.

Versuch 42 Albedo von Wasser und Borsäurelösungen für thermische Neutronen

Neutronenquelle und Borzähler oder Indikator werden in einen Wasserbehälter getaucht, wobei darauf zu achten ist, daß die Sonde genügend weit von den Behälterwandungen entfernt ist, mindestens 5—6 Neutronendiffusionslängen. Es müssen zur Bestimmung der Albedo insgesamt drei Flußmessungen am gleichen Ort durchgeführt werden. Bei der ersten Messung wird die Sonde ohne Cadmiumhülle benutzt. Bei der zweiten Messung ist sie mit einer Halbmaske aus etwa 0,5 mm dickem Cadmiumblech bedeckt und bei der dritten Messung völlig in Cadmiumblech eingehüllt. Die dritte Messung wird durchgeführt, um den Fluß

der epithermischen Neutronen zu eliminieren. Die hier gemessene Zählrate ist von den beiden anderen Zählraten abzuziehen. Bei allen diesen Messungen werden nur Relativwerte für den Neutronenfluß benötigt. Bei der Flußmessung mit dem zur Hälfte umkleideten Borzähler ist auf die richtige Anordnung der Halbmaske bezüglich der Neutronenquelle zu achten (vgl. Fig. 133). Die Albedo von Wasser ist nach Gl. (194) zu berechnen.

Man wiederhole die Messungen, nachdem dem Wasser Borsäure zugesetzt worden ist. Die verschiedenen Borsäurekonzentrationen sollen etwa 2 g, 4 g und 6 g Borsäure pro Liter Wasser betragen. Die Albedo der Lösung ist als Funktion der Borsäurekonzentration aufzutragen.

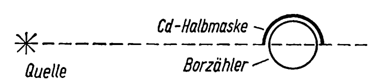


Fig. 133
Anordnung zur Messung der Albedo von Wasser

2.6 Radiochemie

Die radiochemischen Arbeitsmethoden weisen gegenüber den chemischen Methoden, die bei inaktiven Stoffen angewandt werden, eine Reihe von Besonderheiten auf. Dies ist vor allem dadurch bedingt, daß die zu untersuchenden radioaktiven Isotope oft nur in unwägbar kleinen Mengen in einem Stoff enthalten sind. $1{,}7 \cdot 10^{-11}$ g des Jodisotops J^{128} zum Beispiel besitzen bereits eine Aktivität von 1 mc. Derart kleine Mengen verhalten sich nun in mancher Hinsicht chemisch anders als makroskopische Mengen der gleichen Substanz. Vor allem spielen hier oft verhältnismäßig schwer zu erfassende Absorptionsvorgänge an Phasengrenzflächen eine Rolle. Aus diesem Grunde werden Fällungsmethoden in der Radiochemie nicht in dem Maße verwendet wie in der gewöhnlichen analytischen Chemie, wenigstens dann nicht, wenn es darum geht, ein radioaktives Isotop trägerfrei abzutrennen. Bei der Lösungsmittelextraktion, der Destillation und den Trennverfahren mit Hilfe von Ionenaustauschern verhalten sich hingegen im allgemeinen mikroskopische Mengen genau so wie größere Substanzmengen; daher werden diese Methoden besonders häufig in der Radiochemie benutzt.

2.61 Abtrennung eines radioaktiven Elements durch Lösungsmittelextraktion

Die Methode der Lösungsmittelextraktion zur Trennung von Elementen beruht darauf, daß die verschiedenen Elemente in einer bestimmten chemischen Verbindung sich bei der Auflösung in zwei Lösungsmitteln, die selbst nicht ineinander gelöst werden können, in verschiedenen Konzentrationen auf die Lösungsmittel verteilen. Wenn eine Elementverbindung in den beiden Lösungsmitteln das gleiche Molekulargewicht hat, wenn sie also nicht zum Beispiel in einem der beiden Lösungsmittel dissoziiert oder assoziiert, so ist das Verhältnis der Konzentrationen c_1 und c_2 der Substanz in den beiden Phasen für eine bestimmte Temperatur konstant; es gilt dann also

$$\frac{c_2}{c_1} = K. \tag{195}$$

In einem Lösungsmittel mit dem Volumen A sei die Masse a der Substanz, welche extrahiert werden soll, gelöst. Die Extraktion soll n-mal mit einem Volumen B eines zweiten Lösungsmittels erfolgen. Befindet sich nach der ersten Extraktion im ersten Lösungsmittel noch die Masse x_1, so ist die Masse $(a - x_1)$ extrahiert worden. Wir erhalten dann

$$c_1 = \frac{x_1}{A}; \qquad c_2 = \frac{a - x_1}{B}$$

und wegen Gl. (195)

$$K = \frac{(a - x_1) \cdot A}{x_1 \cdot B}.$$

Hieraus ergibt sich für x_1

$$x_1 = \frac{A}{A + BK} a.$$

Nach n Extraktionen erhält man entsprechend

$$x_n = \left(\frac{A}{A + BK}\right)^n a. \tag{196}$$

Nimmt man, anstatt n-mal mit der Lösungsmittelmenge B zu extrahieren, nur eine einzige Extraktion mit der Menge nB vor, so erhält man an Stelle von Gl. (196)

$$x = \frac{A}{A + nBK} a.$$

x_n ist kleiner als x, da

$$\frac{x_n}{x} = \frac{A^{n-1}(A + nBK)}{(A + BK)^n} = \frac{A^n + nA^{n-1}BK}{A^n + nA^{n-1}BK + \cdots} < 1.$$

Will man bei einer vorgegebenen Menge der Extraktionsflüssigkeit eine möglichst gute Extraktion erzielen, so ist es zweckmäßiger, die Extraktion in kleinen Schritten vorzunehmen, als die Extraktionsflüssigkeit auf einmal zuzusetzen.

Versuch 43 Abtrennung von Gallium von einem mit Alpha-Teilchen beschossenen Kupferblech

Beim Beschuß von Kupfer mit Alphateilchen werden neben Zinkisotopen je nach der Teilchenenergie verschiedene radioaktive Galliumisotope durch (α, n)-, $(\alpha, 2n)$- und $(\alpha, 3n)$-Prozesse erzeugt. Das Gallium kann aus der salzsauren Lösung des Kupfers mit Äther extrahiert werden. Die Verteilung von Galliumchlorid auf Salzsäure und Äthyläther hängt in starkem Maße von der Konzentration der Salzsäurelösung ab.

Tab. 8

c_M	4,90	5,45	5,91	6,92
K	43,8	74,7	52,2	11,8

Tab. 8 gibt die Verteilungskonstante K (vgl. Gl. (195)) von $GaCl_3$ für verschiedene molare Konzentrationen c_M der Salzsäurelösung an. Für $c_M = 6$ hat

sich hierbei K von der Konzentration des $GaCl_3$ im Bereich von 10^{-3}—10^{-12} Mol/l als unabhängig erwiesen. Zink- und Kupferchlorid werden mit Hilfe von Äther aus einer Salzsäurelösung nur äußerst schwach extrahiert.

Für den Versuch wird außer einem Zählgerät und einem Betafensterzählrohr folgendes benötigt: Scheidetrichter, Bechergläser und Uhrglas, Salzsäure einer molaren Konzentration $c_M = 5{,}45$ Mol/l, konzentrierte Salzsäure, Äthyläther, konzentrierte Salpetersäure, ein Kupferblech, das in einem Teilchenbeschleuniger mit Heliumionen mit einer Energie von wenigstens 20 MeV bestrahlt wurde. Kann der Versuch in der Nähe eines entsprechenden Teilchenbeschleunigers durchgeführt werden, so können kurzlebige Isotope nachgewiesen werden. Läßt man sich das Präparat von weiterher schicken, kann im allgemeinen nur Ga^{67} mit 78 h Halbwertszeit beobachtet werden.

Zunächst löse man die Kupferfolie (ca. 10 mg) in einem 50 ml Becherglas mit konzentrierter Salpetersäure (ca. 1 ml) auf. Dann füge man 3 ml konzentrierte Salzsäure hinzu und dampfe die Lösung ein. Sowohl beim Auflösen der Folie als auch beim Eindampfen der Lösung ist sorgfältig darauf zu achten, daß kein Material aus dem Becherglas nach außen spritzt und den Arbeitsplatz kontaminiert (Wischtests durchführen!). 25 ml Äther und 25 ml Salzsäure von $c_M = 5{,}45$ Mol/l werden in einen Scheidetrichter zusammengebracht und vorsichtig geschüttelt. Anschließend fülle man die Salzsäure und den mit Salzsäure gesättigten Äther getrennt ab. Die Salzsäure ist hierbei in das Becherglas zu geben, in dem sich die getrocknete und abgekühlte radioaktive Probe befindet. Die Probe löst sich in der Salzsäure auf. Nun extrahiere man das Galliumchlorid unter Benutzung des Scheidetrichters aus der Salzsäurelösung dreimal mit jeweils 2 ml des mit Salzsäure gesättigten Äthers.

Die abgefüllten 6 ml Äther werden erneut in den Scheidetrichter gegeben und das Kupfer- und Zinkchlorid, welches noch im Äther gelöst ist, mit 12 ml frischer Salzsäure von $c_M = 5{,}45$ Mol/l extrahiert.

Schließlich bringe man die Ätherlösung auf ein Uhrglas zum Eindunsten. Nach Gl. (196) läßt sich unter Beachtung von Tab. 8 berechnen, wieviel Prozent des Galliumchlorids nach den Extraktionen in der Säurelösung zurückgeblieben sind.

Das Uhrglas mit dem Galliumchlorid wird zur Aktivitätsmessung unter ein Betazählrohr gebracht. Man analysiere die Zerfallskurve (vgl. S. 82) und ermittle an Hand einer Isotopentafel, welche radioaktiven Galliumisotope im Präparat vorhanden waren.

Versuch 44 Abtrennung von Th^{234} aus der Muttersubstanz Uran durch Lösungsmittelextraktion

Uran enthält, wenn es anfangs in reinem Zustand vorlag, nach einiger Zeit wieder eine Reihe von Zerfallsprodukten. Von den Tochterkernen treten aber nur solche durch ihre Strahlung merklich in Erscheinung, die unmittelbar oder über kurzlebige Zwischenglieder aus der Muttersubstanz hervorgegangen sind und selbst kurzlebig sind. Untersucht man daraufhin die Zerfallsreihen, die von U^{238}, U^{235} und U^{234} ausgehen, und beachtet man außerdem die prozentuale Verteilung der Uranisotope im natürlichen Isotopengemisch, so findet man, daß im wesent-

lichen nur das zweite und dritte Glied der Uran-Radiumreihe, nämlich das Thoriumisotop UX 1 (Th^{234}) und das Protaktiniumisotop UX 2 (Pa^{234}) im obigen Sinne von Bedeutung sind. UX 1 ist ein Betastrahler mit einer Maximalenergie von 0,19 MeV und einer Halbwertszeit von 24,1 d, UX 2 ist ein Betastrahler mit einer Maximalenergie von 2,32 MeV und einer Halbwertszeit von 1,2 min. UX 1 ist nach einigen Monaten mit der Muttersubstanz U^{238} im Gleichgewicht; UX 2 setzt sich bereits nach wenigen Minuten mit UX 1 ins Gleichgewicht.

Um das Thoriumisotop UX 1, welches sich durch Alphazerfall aus U^{238} gebildet hat, durch Lösungsmittelextraktion vom Uran zu trennen, geht man zweckmäßig vom Uranylnitrat, $UO_2(NO_3)_2$ aus, welches man in Äther auflöst. Uranylnitrat ist im Gegensatz zu anderen anorganischen Nitraten in Äther sehr gut löslich. Die Extraktion von UX 1 erfolgt dann mit Wasser. Es ist hierbei jedoch zu beachten, daß auch Uranylnitrat gut wasserlöslich ist. Um die Gesamtmenge des Urans in der wässerigen Phase möglichst klein zu halten, benutzt man deshalb (vgl. Gl. (195)) nur eine geringe Menge Wasser. Aber auch bei mehrfacher Extraktion ist es nicht möglich, UX 1 auf diese Weise uranfrei abzutrennen. Eine Methode, das angereicherte UX 1 uranfrei zu machen, wird im Versuch 46 behandelt.

Man gebe 2 g Uranylnitrat in einen Scheidetrichter und fülle 30 ml wassergesättigten Äther und 1 ml Wasser nach. Nach vorsichtigem Schütteln lasse man einige Minuten absetzen. Dann wird die Ätherlösung mit einer Pipette abgesaugt[1]).

Man fülle erneut 30 ml wassergesättigten Äther in den Scheidetrichter und wiederhole die Extraktion.

Nun bringe man die wässerige Lösung in ein Glasschälchen und dampfe ein. Man bestimme die Masse der eingedampften Substanz. Diese Masse gibt praktisch die Menge des Uranylnitrats an, welches zusammen mit dem Thoriumisotop UX 1 extrahiert wurde. (Die Masse von UX 1 kann vernachlässigt werden.) Die mit UX 1 angereicherte Substanz löse man in 10 ml Salzsäure einer molaren Konzentration $c_M = 0{,}1$ Mol/l auf und stelle die Lösung für Versuch 46 zurück.

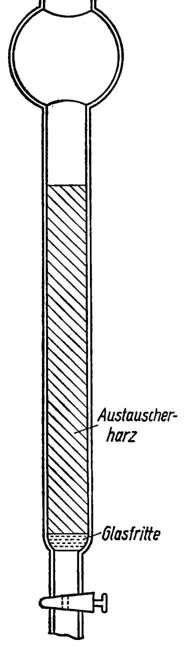


Fig. 134
Ionenaustauschersäule

2.62 Trennung radioaktiver Elemente mit Hilfe von Ionenaustauschern

Beim Trennverfahren mit Hilfe von Ionenaustauschern werden die zu trennenden Elemente in einer geeigneten chemischen Verbindung durch eine Austauschersäule (Fig. 134) geschickt, wobei zum Beispiel beim Kationenaustauscher H-Atome, die in einer austauschaktiven Gruppe wie SO_3H

[1]) Radioaktive Lösungen dürfen unter keinen Umständen mit dem Mund pipettiert werden. Man verwende einen Gummiballon zum Ansaugen.

oder COOH im Austauscherharz vorhanden sind, durch die zu trennenden Kationen ersetzt werden. Anschließend eluiert man mit einem geeigneten Lösungsmittel die einzelnen Elemente nacheinander aus der Säule.

Die Ionenaustauschharze liegen gewöhnlich in Form von kleinen Kugeln vor, deren Siebzahl zweckmäßig 20—50 mesh beträgt. Bei größeren Kugeln wird die gesamt ausnutzbare Oberfläche des Austauschers zu klein; andererseits behindern zu kleine Kugeln den freien Durchfluß einer Flüssigkeit durch die Austauschersäule.

Die Bindungsfestigkeit eines bestimmten Ions am Austauscher hängt im wesentlichen von seiner Ladung und seinem Radius ab. Für Kationen erhält man zum Beispiel, nach abnehmender Bindungsfestigkeit geordnet, folgende Reihe: Th, La, Ce, Seltene Erden, Y, Ba, Cs, Sr, K, NH_4, Na, H. Im übrigen gilt für die Austauschgleichgewichte in erster Näherung das Massenwirkungsgesetz. Es ist deshalb beim Eluieren besonders günstig, wenn die vom Harz abgetrennten Ionen in eine Komplexverbindung überführt werden, weil dadurch der Ionenanteil des abzutrennenden Elements im Elutionsmittel klein gehalten wird. Die Komplexbildungstendenz der verschiedenen Ionenarten hängt hierbei in starkem Maße von dem p_H-Wert des Elutionsmittels ab, so daß dieses oft eine hohe selektive Wirkung hat und auch sehr ähnliche Ionen getrennt werden können. Die Trennung von Seltenen Erden zum Beispiel gelang in größerem Maße erst mit Hilfe von Ionenaustauschern.

Versuch 45 Trennung von La^{140} und Ba^{140} mit Hilfe eines Ionenaustauschers

Das Bariumisotop Ba^{140} zerfällt durch einen Beta-Übergang mit einer Halbwertszeit von 12,8 d in das Lanthanisotop La^{140}, welches ebenfalls ein Betastrahler mit einer Halbwertszeit von 40,2 h ist.

Schickt man das zu trennende Isotopengemisch als Salzlösung durch eine Austauschersäule, so werden die Barium- und Lanthan-Ionen im oberen Teil der Säule durch Austausch mit den Kationen des Austauscherharzes adsorbiert. Die Trennung der Barium- und Lanthan-Ionen kann dann mit Zitronensäure als Elutionsmittel erfolgen. Bei einem p_H-Wert 3 bildet Zitronensäure mit Lanthan in starkem Maße Komplexverbindungen, während hier noch keine stabilen Zitratkomplexe von Barium existieren. Erst oberhalb von p_H 5 geht auch Barium beständige Komplexverbindungen mit der Zitronensäure ein. Diese Erscheinung wird zur Trennung von Lanthan und Barium ausgenutzt.

Für den Versuch wird folgendes benötigt: Eine Austauschersäule wie in Fig. 134 mit einer Länge von etwa 30 cm und einem Durchmesser von 10 mm, ein Durchflußzählrohr und ein Zählgerät, Kationenaustauscherharz (zum Beispiel Dowex 50 oder Amberlite IR-I), Zitronensäure (5-prozentig) p_H 3,6, Zitronensäure (5-prozentig) p_H 6, ein Ba^{140}-Präparat, z. B. in Form von Bariumchlorid mit einer Präparatstärke von etwa 1 μc.

Zunächst wird die Austauschersäule in einen arbeitsbereiten Zustand gebracht. Hierzu wird sie mit destilliertem Wasser gefüllt und ein Austauscherharz, das man vorher mehrstündig in Wasser hat quellen lassen, langsam unter Vermeidung von Luftpolstern in die Austauschersäule geschüttet. Das Harz wird noch einmal mit Wasser ausgewaschen, um die restlichen wasserlöslichen Substanzen

zu entfernen, und dann in Säureform überführt, indem man so lange Normalsalzsäure durch die Säule laufen läßt, bis die unten abfließende Flüssigkeit stark sauer reagiert. Die überschüssige Säure wird jetzt mit destilliertem Wasser ausgewaschen. Es ist hierbei und im folgenden unbedingt darauf zu achten, daß das Harz immer mit Flüssigkeit bedeckt ist.

Das Durchflußzählrohr wird nun an die Austauschersäule angeschlossen. Das Ba^{140} + La^{140}-Präparat wird in etwa 1 ml destilliertem Wasser aufgelöst und auf die Säule gegeben. Man läßt dann etwa 100 ml destilliertes Wasser bei einer Durchlaufgeschwindigkeit von einigen ml/min durch die Säule fließen. Das unten ablaufende Wasser soll keine Aktivität aufweisen.

Anschließend eluiert man mit einer Zitronensäurelösung vom p_H-Wert 3,6 das La^{140} aus der Säule. Die Strömungsgeschwindigkeit betrage hierbei wiederum einige ml/min. Die Aktivität des Eluats ist fortlaufend mit dem Durchflußzählrohr zu messen. Sobald die Zählrate auf den Nulleffekt des Zählrohrs abgesunken ist, wird mit einer Zitronensäurelösung vom p_H-Wert 6 weiter eluiert. Die Aktivität, welche man jetzt mißt, rührt vom Ba^{140}-Isotop her. Die Zählraten sind nach Abzug des Nulleffekts als Funktion der Menge des aufgefangenen Eluats aufzutragen, die bei konstanter Strömungsgeschwindigkeit in der Säule der Elutionszeit proportional ist. Das so erhaltene Diagramm bezeichnet man als Elutionskurve.

Versuch 46 Trägerfreie Abtrennung des Thoriumisotops UX 1 aus einer mit UX 1 angereicherten Uransalzlösung

In Versuch 44 wurde durch Lösungsmittelextraktion das Thoriumisotop UX 1 (Th^{234}) in einer Uranylnitratlösung angereichert. Eine völlig trägerfreie Abtrennung des UX 1 gelingt nun mit Hilfe eines Ionenaustauschers. Gibt man eine mit UX 1 angereicherte Uranylnitratlösung auf eine Austauschersäule, so kann man zunächst die Uranylionen mit Salzsäure und anschließend die Thoriumionen mit Oxalsäure eluieren. Es wird für den Versuch folgendes benötigt:

Eine Austauschersäule wie in Versuch 45, ein Alphastrahlendetektor (zum Beispiel ein Halbleiterdetektor oder ein Szintillationszähler für Alphastrahlen), ein Betazählrohr, Salzsäure einer molaren Konzentration $c_M = 2$ Mol/l, Oxalsäure einer molaren Konzentration $c_M = 0{,}5$ Mol/l, eine mit UX 1 angereicherte Uranylnitratlösung (s. Versuch 44).

Die Austauschersäule wird, wie in Versuch 45 beschrieben, in einen arbeitsfertigen Zustand gebracht und anschließend die Uranylnitratlösung auf die Säule gegeben. Man eluiere zunächst die Uranylionen mit etwa 25 ml Salzsäure von $c_M = 2$ Mol/l, wobei die Strömungsgeschwindigkeit der Elutionslösung 4 bis 6 ml/min betrage. Mit etwa 10 ml destilliertem Wasser spüle man nach. Mit 10 ml Oxalsäure von $c_M = 0{,}5$ Mol/l wird jetzt UX 1 eluiert und das Eluat in einem Porzellanschälchen aufgefangen und danach eingedampft. Es sind die Alpha- und Betazählraten des UX 1-Präparats zu messen. Die Kontrolle auf Alphastrahlen gibt darüber Auskunft, inwieweit die Abtrennung der Uranylionen gelungen ist, da die im natürlichen Isotopengemisch vorliegenden Uranisotopen Alphastrahler sind.

2.63 Abtrennung eines aktivierten Isotops nach der Methode von Szilard und Chalmers

Neben den Kernreaktionen, die auf Atome führen, deren Ordnungszahl von der der Ausgangssubstanz verschieden ist, gibt es Kernreaktionen, bei denen die neu entstehenden Atome mit den bestrahlten isotop sind. Dieses letztere gilt zum Beispiel für (n, γ)-Prozesse. Beim Neutroneneinfang ist der Reaktionsquerschnitt oft besonders hoch. Der (n, γ)-Prozeß wird deshalb häufig zur Herstellung von Radioelementen benutzt. Um in diesem Fall die aktivierten Atomkerne zu isolieren, muß man eine Isotopentrennung durchführen. Im allgemeinen ist eine Trennung von Isotopen auf chemischem Wege nicht möglich. Bei verschiedenen Elementen erreicht man jedoch dadurch, daß man das betreffende Element in einer geeigneten chemischen Verbindung dem Neutronenfluß aussetzt, daß es durch die Kernreaktion in eine chemische Form gebracht wird, die eine Isolierung vom Ausgangsprodukt ermöglicht. Szilard und Chalmers haben als erste auf diese Weise eine Isotopentrennung durchgeführt. Sie bestrahlten Äthyljodid mit thermischen Neutronen und trennten anschließend das entstandene radioaktive Jodisotop J^{128} ab. J^{128} ist ein Betastrahler mit einer Halbwertszeit von 25 min.

Wird von einem Atomkern ein thermisches Neutron eingefangen, so entsteht zunächst ein angeregter Zwischenkern. Dieser geht bei einem (n, γ)-Prozeß durch Emission von einem oder mehreren Gammaquanten in den Grundzustand über. Die freiwerdende Energie ist hierbei etwa gleich der Bindungsenergie des Neutrons im Atomkern. Bei der Aussendung eines Gammaquants erleidet der Kern einen Rückstoß. Ist E_γ die Energie des Gammaquants, so beträgt sein Impuls

$$p = \frac{E_\gamma}{c}\,.$$

Der Rückstoßimpuls, den der Kern erhält, hat den gleichen Betrag. Die Rückstoßenergie, die der Kern (seine Masse sei M) mitbekommt, ist demnach

$$E = \frac{p^2}{2M} = \frac{{E_\gamma}^2}{2Mc^2}\,. \tag{197}$$

Mc^2 ist die Ruheenergie des Atomkerns, sie ist gleich 931 A MeV, wenn A den Massenbetrag des Atomkerns in atomaren Masseneinheiten bedeutet. Man erhält aus Gl. (197)

$$E = \frac{{E_\gamma}^2}{1862\,A\ \mathrm{MeV}}\,. \tag{198}$$

Bei einem (n, γ)-Prozeß an J^{127} zum Beispiel beträgt die Rückstoßenergie, wenn die gesamte Anregungsenergie des Zwischenkerns von einem einzigen Gammaquant mitgenommen wird und wenn man berücksichtigt, daß die Bindungsenergie des Neutrons hier etwa 8,5 MeV ist,

$$E = \frac{8{,}5^2}{1862 \cdot 128}\ \mathrm{MeV} = 3{,}15 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{MeV} = 315\ \mathrm{eV}.$$

Diese Energie ist viel größer als die Bindungsenergie eines Atoms im Molekül, die nur 1—5 eV beträgt. Liegt das zu aktivierende Element in einer chemischen

Verbindung vor, so wird also durch den Rückstoß des Kerns die Verbindung gesprengt. Wesentliche Voraussetzungen für die Anwendung der Trennmethode von Szilard und Chalmers sind, daß das freigesetzte Atom in einer solchen chemischen Form erscheint, die eine Trennung von der Ausgangssubstanz erlaubt, und daß außerdem die Wahrscheinlichkeit für eine chemische Rekombination der Molekülfragmente sowie für einen Austausch der aus dem Molekül abgespaltenen aktivierten Atome mit den Atomen in der ursprünglichen Verbindung sehr klein ist.

Setzt man Äthyljodid einem thermischen Neutronenfluß aus, so werden nach dem oben beschriebenen Mechanismus die aktivierten Jodatome von dem Äthylrest gelöst. J^{128} liegt nach der Bestrahlung als Molekül (J_2) oder als Ion (J^-) vor. Die Trennung dieses abgespaltenen Jods von Äthyljodid wird erleichtert, indem man dem Äthyljodid bereits vor der Bestrahlung eine kleine Menge freies Jod zufügt; denn bei Anwesenheit einer gegenüber den aktivierten Jodatomen großen Menge inaktiven Jods ist die Wahrscheinlichkeit für eine Rekombination und einen Austausch der aktivierten Jodatome nur klein. Durch den Jodzusatz wird allerdings die spezifische Aktivität des herzustellenden J^{128}-Präparats geringer. Im allgemeinen ist dieser Jodzusatz jedoch unnötig, da sich im Äthyljodid schon durch Lichteinwirkung und andere Effekte freies Jod bildet. Man erkennt dies an einer bräunlichen Färbung. Reines Äthyljodid ist farblos.

Das abgespaltene Jod wird mit Wasser extrahiert. Es ist zweckmäßig, vorher alles freie Jod mit einem Reduktionsmittel in Ionenform zu bringen, da es dann in Wasser viel besser löslich ist als im Äthyljodid. Die Reduktion geschieht mit Natriumthiosulfat entsprechend der Reaktionsgleichung

$$J_2 + 2\,Na_2S_2O_3 \rightarrow 2\,NaJ + Na_2S_4O_6 .$$

Die in wässeriger Lösung extrahierten Jodionen werden schließlich mit Silbernitrat zu Silberjodid niedergeschlagen.

Versuch 47 Abtrennung von aktiviertem Jod nach der Szilard-Chalmers-Methode

J^{128}, welches beim Beschuß von Äthyljodid mit langsamen Neutronen in freier Form aus dem natürlichen J^{127} erzeugt wurde, soll in angereicherter Form abgetrennt werden. Das Verhältnis der abgetrennten Menge von J^{128} zur Gesamtmenge J^{128} ist zu ermitteln.

Zur Aktivierung der Jodatome wird eine (Ra + Be)-Neutronenquelle von etwa 20—30 mc neben eine Polyäthylenflasche mit etwa 50 ml Äthyljodid gehängt und das ganze in einen Paraffinklotz oder in Wasser gestellt. Die Bestrahlungsdauer betrage ein bis zwei Stunden. Wegen der verhältnismäßig kurzen Halbwertszeit von J^{128} ist bei der anschließend vorzunehmenden Abtrennung des J^{128} Eile geboten.

Für den Trennprozeß wird folgendes benötigt: Scheidetrichter, Bechergläser, Filtriereinrichtung, Natriumthiosulfatlösung 15 mg/ml, Salpetersäure 10-prozentig, Kaliumjodidlösung 10 mg/ml, Silbernitratlösung 10-prozentig. Außerdem braucht man ein Zählgerät, ein Fensterzählrohr und ein Flüssigkeitszählrohr.

Man füllt das bestrahlte Äthyljodid in ein Becherglas und mißt mit einem Flüssigkeitszählrohr die Betazählrate der Probe. Wegen der kurzen Halbwertszeit von J^{128} muß hier und im folgenden der Zeitpunkt der Messung notiert werden. Dann wird das Äthyljodid in einen Trenntrichter gegossen, einige Tropfen Natriumthiosulfatlösung hinzugegeben und geschüttelt. Eine Entfärbung des Äthyljodids zeigt an, daß alles freie Jod reduziert worden ist.

Anschließend wird das Äthyljodid wieder in das vorher verwendete Becherglas abgefüllt und die Betazählrate erneut gemessen. Wieviel Prozent des J^{128} sind mit der wässerigen Lösung extrahiert worden?

Die wässerige Lösung wird in ein Becherglas gegeben, 2 ml verdünnte Salpetersäure hinzugefügt und kurz aufgekocht. Das überschüssige Thiosulfat wird auf diese Weise zerstört. Das Jod wird mit Silbernitratlösung als Silberjodid niedergeschlagen, eventuell nach Zugabe von einigen Tropfen Kaliumjodidlösung. Zur Bildung eines gut filtrierbaren Niederschlags erwärme man die Lösung noch einige Minuten. Der abfiltrierte Silberjodidrückstand wird mit Äther oder Alkohol getrocknet. Mit Hilfe eines Fensterzählrohrs ist die Aktivität der Probe angenähert zu ermitteln.

Unmittelbar nach Durchführung des Versuchs kontrolliere man durch Wischtests, inwieweit der Arbeitsplatz kontaminiert worden ist. Bei sauberem Arbeiten sollte keine Kontamination festzustellen sein.

Sachverzeichnis

Kursive Seitenzahlen beziehen sich auf Versuche

Kohlrausch / PRAKTISCHE PHYSIK

zum Gebrauch für Unterricht, Forschung und Technik

Herausgegeben von **H. Ebert** und **E. Justi**. Unter Redaktion von **H. Fränz, W. Fritz, H. Korte, E. Rieckmann, A. Scheibe** und **U. Stille**, bearbeitet von 54 Fachleuten für die einzelnen Sachgebiete

Band 1. Allgemeines über Messungen und ihre Auswertung / Mechanik / Akustik / Wärme / Optik

21., überarbeitete und ergänzte Auflage. VIII, 690 Seiten mit 420 Bildern. DIN C 5. 1960. Ln. DM 46,60

Aus dem Inhalt: **Allgemeines über Messungen und ihre Auswertung:** Begriffs- und Einheitensysteme · Auswertung von Beobachtungen · Technisches / **Mechanik:** Wägung · Längen-, Flächen-, Winkel- und Volumenmessung · Zeitmessung · Messung von Geschwindigkeit und Beschleunigung · Messungen an einfachen Schwingern · Messung von Kraft, Drehmoment, Leistung und Arbeit · Mechanische Materialeigenschaften · Hydrodynamik / **Akustik:** Allgemeines · Schallsender · Schallempfänger (Mikrophone) · Messung der Schallfeldgrößen · Schallausbreitung · Schallaufzeichnung · Klanganalyse · Der Mensch als Schallsender und Schallempfänger · Frequenzband für Sprach- und Musikübertragung / **Wärme:** Temperatur (Thermometrie) · Druck (Manometrie) · Spezifisches Volumen (Dichte, Wärmeausdehnung, Kompressibilität) · Wärmemenge (Kalorimetrie) · Gleichgewichte · Stoff- und Energietransport · Temperaturstrahlung · Kältephysik und Kältetechnik / **Optik:** Geometrische Optik (Strahlenoptik) · Strahlungsquellen, Strahlungsmessungen · Beugung und Interferenz · Optische Spektroskopie · Optische Polarisation und Aktivität / Sachregister

Band 2. Elektrizität und Magnetismus / Korpuskeln und Quanten / Tabellen zu Band 1 und 2

21., überarbeitete und erweiterte Auflage. XV, 816 Seiten mit 480 Bildern und 133 Tabellen. DIN C 5. 1962. Ln. DM 62,—

Aus dem Inhalt: **Elektrizität und Magnetismus:** Elektrostatische Messungen · Spannung, Strom, Widerstand (Gleichstrom) · Niederfrequenter Wechselstrom · Mittel- und hochfrequenter Wechselstrom · Magnetismus · Elektrolyte und Dielektrika · Kapazität · Induktivität · Elektronenröhren · Bestimmung elektrostatischer unmagnetischer Feld- und Potentialverteilungen durch Ausmessung von Analogieanordnungen · Halbleiter als Verstärker (Transistoren) / **Korpuskeln und Quanten:** Ionen in Gasen · Elektronen- und Ionenstrahlen · Korpuskular- und Quantenkonstanten · Lichtelektrischer Effekt · Röntgenstrahlen · Strahlungen der Atomkerne · Kosmische Strahlung / **133 Tabellen** zu Band 1 und 2 / Sachregister

B. G. TEUBNER VERLAGSGESELLSCHAFT · STUTTGART

Riezler-Walcher / Kerntechnik

Physik, Technologie, Reaktoren

Herausgegeben von W. **Riezler** und W. **Walcher**. Unter besonderer Mitwirkung von **W. Finkelnburg** und **H. Maier-Leibnitz** bearbeitet von 37 Fachleuten für die einzelnen Sachgebiete

XX, 1002 Seiten mit 453 Bildern und 164 Tabellen in Text und Anhang. DIN C 5. 1958. Ln. DM 150,—

> Aus dem Inhalt: Kernphysikalische Grundlagen / Spezielle technologische Probleme der Kerntechnik / Reaktoren / Kontrollierte Kernfusion / Wirtschaftliche und rechtliche Probleme / Tabellen / Anhang / Namen- und Sachverzeichnis

„... Eine ausgezeichnete Zusammenfassung aller mit Reaktoren zusammenhängenden Fragen ... Das Standardwerk in deutscher Sprache, das das weite Gebiet der Kerntechnik umreißt ... Was der ‚Kohlrausch' für den Experimentalphysiker ist, verspricht die ‚Kerntechnik' für alle Physiker, Chemiker und Ingenieure zu werden ..."

(Kerntechnik)

Überwachung der Radioaktivität in Abwasser und Abluft

Von Dr. **H. Kiefer** und Dr. **R. Maushart**, Karlsruhe

112 Seiten mit 49 Bildern und 25 Tabellen. DIN A 5. 1961. Kart. DM 11,80

> Aus dem Inhalt: Einführung / Zulässige Konzentrationen radioaktiver Stoffe in Wasser und Luft / Grundgeräte zur Messung der Aktivität / Messung der Aktivität in Wasser / Messung der Aktivität in Luft / Anwendung der Radioaktivitätsmessung / Sachverzeichnis

Theorie des Aufbaues der Materie

Von Prof. Dr. **F. Hund**, Göttingen

VIII, 313 Seiten mit 161 Bildern. DIN C 5. 1961. Ln. DM 37,60

> Aus dem Inhalt: Formen der Materie / Ionenmodell / Quantentheorie und Atom / Zweiatomige Molekel / Chemische Bindung / Ausnutzung von Symmetrien / Elektronen im Kristallgitter; Energiebänder / Elektronische Eigenschaften von festen Körpern / Elektrischer Widerstand / Eigenschaften der Stoffe / Anhang / Sachverzeichnis

B. G. TEUBNER VERLAGSGESELLSCHAFT · STUTTGART